SPRAWOZDANIE DYREKCYI

C. K. WYŻSZÉJ SZKOŁY REALNÉJ

W KRAKOWIE

ZA ROK SZKOLNY 1890.

XV.

K 37/II/64

TREŚĆ.

KRAKÓW.
NAKŁADEM FUNDUSZU NAUKOWEGO.

W drukarni A. Koziańskiego.
1890.

400138
II
15.1890

Stary zasób
Prof. szkolne

O PRZEKROJACH PŁASKICH

POWIERZCHNI KRZYWÉJ DRUGIEGO STOPNIA PIERWSZEGO RODZAJU,

stycznych do trzech przekrojów płaskich tejże powierzchni

przez

JANA BIDZIŃSKIEGO.

Powierzchnia krzywa drugiego stopnia, wyrażona przez zrównanie:

$$f_x = a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{33} x_3^2 + a_{44} x_4^2 + 2a_{12} x_1 x_2 + 2 a_{13} x_1 x_3 + 2a_{14} x_1 x_4 +$$
$$+ 2a_{23} x_2 x_3 + 2a_{24} x_2 x_4 + 2a_{34} x_3 x_4 = 0$$

w którem x_1 x_2 x_3 x_4 są współrzednemi jednorodnemi punktu, jest powierzchnią pierwszego rodzaju, gdy wyznacznik

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = A$$

jest różny od zera.

Zrównanie:

$$F_u = A_{11} u_1^2 + A_{22} u_2^2 + A_{33} u_3^2 + A_{44} u_4^2 + 2A_{12} u_1 u_2 + 2A_{13} u_1 u_3 + 2A_{14} u_1 u_4 +$$
$$+ 2A_{23} u_2 u_3 + 2A_{24} u_2 u_4 + 2A_{34} u_3 u_4 = 0$$

w którem u_1 u_2 u_3 u_4 są współrzednemi jednorodnemi płaszczyzny, a współczynnik $(-1)^{i+k} A_{ik}$ jest podwyznacznikiem, otrzymanym z wyznacznika A, po opuszczeniu *i* tego wiersza i *k* téj kolumny, oznacza zbiór płaszczyzn stycznych do powierzchni $f_x = 0$. Zrównanie $F_u = 0$ wyraża tę samę powierzchnię krzywą, co zrównanie $f_x = 0$.

Wyznacznik:

$$\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{vmatrix}$$

równa się A^3; mnożąc bowiem oba wyznaczniki przez siebie, dostaniemy iloczyn A^4. Tak w jednym jak i w drugim wyznaczniku jest $a_{ik} = a_{ki}$ i $A_{ik} = A_{ki}$.

Zrównanie

$$v_x = \lambda r_x + \sigma s_x = o$$

w którem λ i σ są współczynnikami zupełnie dowolnymi, a symbol u_x oznacza formę: $u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_3 + u_4 x_4$, jest zrównaniem płaszczyzny przechodzącej przez prostą przecięcia dwóch płaszczyzn $r_x = o$ i $s_x = o$.

Aby płaszczyzna $v_x = o$, była styczną do powierzchni $f_x = o$, musi być spełnione zrównanie: $F_v = o$, czyli kładąc $v_i = \lambda r_i + \sigma s_i$ i oznaczając wyrażenie:

$$A_{11} r_1 s_1 + A_{22} r_2 s_2 + A_{33} r_3 s_3 + A_{44} r_4 s_4 + A_{12}(r_1 s_2 + r_2 s_1) + \ldots + \\ + A_{34}(r_3 s_4 + r_4 s_3)$$

przez F_{rs}, zrównanie:

$$\lambda^2 F_r + 2\lambda\sigma F_{rs} + \sigma^2 F_s = o.$$

Zrównanie to daje nam dwie wartości na λ i σ. Więc przez prostą rs, można do powierzchni $f_x = o$ poprowadzić dwie płaszczyzny styczne.

Jeżeli $F_{rs}^2 - F_r F_s > o$, wtedy obie płaszczyzny styczne są rzetelne; prosta rs powierzchni $f_x = o$ nie przecina, a więc i przekroje powierzchni płaszczyznami $r_x = o$ i $s_x = o$ nie przecinają się.

Jeżeli $F_{rs}^2 - F_r F_s < o$, wtedy obie płaszczyzny styczne są urojone; prosta rs przecina powierzchnię $f_x = o$ w dwóch różnych punktach, a więc przekroje powierzchni płaszczyznami $r_x = o$ i $s_x = o$, przecinają się.

Jeżeli wreszcie $F_{rs}^2 - F_r F_s = o$, wtedy obie płaszczyzny styczne są identyczne, wtedy prosta rs jest styczną do powierzchni $f_x = o$, a więc przekroje powierzchni płaszczyznami $r_x = o$ i $s_x = o$, stykają się ze sobą.

Z ostatniego rozbioru wynika, że:

Aby do trzech przekrojów płaskich powierzni $f_x = o$, otrzymanych przez trzy płaszczyzny:

$$a_x = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4 = o$$
$$b_x = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 = o$$
$$c_x = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4 = o$$

jakiś przekrój, otrzymany przez płaszczyznę:

$$u_x = u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_3 + u_4 x_4 = o$$

był stycznym, muszą być spełnione następujące trzy zrównania;

$$F_{au}^2 - F_a F_u = o$$
$$F_{bu}^2 - F_b F_u = o$$
$$F_{cu}^2 - F_c F_u = o$$

Znalezienie więc przekrojów płaskich powierzchni krzywej $f_x = o$, stycznych do trzech przekrojów płaskich tejże powierzchni, przechodzi na wyszukanie wartości $u_1\ u_2\ u_3\ u_4$ z ostatnich trzech zrównań, lub ze zrównań

$$1^0 \quad \begin{aligned} Fau &= \sqrt{Fa}\ \sqrt{Fu} \\ Fbu &= \sqrt{Fb}\ \sqrt{Fu} \\ Fcu &= \sqrt{Fc}\ \sqrt{Fu} \\ Fdu &= Fdu \end{aligned}$$

z których czwarte jest zrównaniem identycznem, więc płaszczyzna

$$d_x = d_1 x_1 + d_2 x_2 + d_3 x_3 + d_4 x_4 = o$$

płaszczyzną zupełnie dowolną.

Pierwiastki $\sqrt{Fa}$, $\sqrt{Fb}$, $\sqrt{Fc}$ przychodzące w trzech pierwszych zrównaniach, należy wziąść ze znakiem + i —.

Ponieważ każdą płaszczyznę można wyrazić za pomocą czterech dowolnych płaszczyzn, byle tylko wyznacznik utworzony ze współczynników tych płaszczyzn był różny od zera, czyli by te cztery płaszczyzny nie przecinały się w jednym punkcie, więc połóżmy:

$$2^0 \qquad u_i = \alpha a_i + \beta b_i + \gamma c_i + \delta d_i$$

płaszczyznę zaś $d_x = o$ przyjmijmy taką, by wyznacznik

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{vmatrix} = (a\,b\,c\,d)$$

był różny od zera. Należy wyszukać ilości $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

Podstawiając wartości za u_i ze zrównania 2^0 w zrównanie 1^0 i uważając, że

$$\begin{aligned} Fau = {} & (A_{11} a_1 + A_{12} a_2 + A_{13} a_3 + A_{14} a_4)(\alpha a_1 + \beta b_1 + \gamma c_1 + \delta d_1) + \\ & + (A_{21} a_1 + A_{22} a_2 + A_{23} a_3 + A_{24} a_4)(\alpha a_1 + \beta b_2 + \gamma c_2 + \delta d_2) + \\ & + \ldots \\ & = \alpha \{A_{11} a_1^2 + A_{22} a_2^2 + A_{33} a_3^2 + A_{44} a_4^2 + 2 A_{12} a_1 a_2 + \ldots\} + \\ + \beta \{ & (A_{11} a_1 + A_{12} a_2 + A_{13} a_3 + A_{14} a_4) b_1 + (A_{21} a_1 + .) b_2 + ..\} + \gamma\{..\} + \delta\{..\} = \\ & = \alpha F_a + \beta F_{ab} + \gamma F_{ac} + \delta F_{ad} \end{aligned}$$

tudzież nazywając dla krótkości:

$$\sqrt{F_u} = \rho$$

otrzymamy następujące cztery zrównania:

$$\begin{aligned}
\alpha F_a + \beta F_{ab} + \gamma F_{ac} + \delta F_{ad} &= \rho \sqrt{F_a} \\
\alpha F_{ab} + \beta F_b + \gamma F_{bc} + \delta F_{bd} &= \rho \sqrt{F_b} \\
\alpha F_{ac} + \beta F_{bc} + \gamma F_c + \delta F_{cd} &= \rho \sqrt{F_c} \\
\alpha F_{ad} + \beta F_{bd} + \gamma F_{cd} + \delta F_d &= F_{du}
\end{aligned}$$

z których znów otrzymujemy:

$$3^0 \quad \begin{aligned}
\alpha W &= \rho \left(Wa \sqrt{F_a} + W_{ab} \sqrt{F_b} + W_{ac} \sqrt{F_c} \right) + W_{ad} F_{du} \\
\beta W &= \rho \left(W_{ab} \sqrt{F_a} + W_b \sqrt{F_b} + W_{bc} \sqrt{F_c} \right) + W_{bd} F_{du} \\
\gamma W &= \rho \left(W_{ac} \sqrt{F_a} + W_{bc} \sqrt{F_b} + W_c \sqrt{F_c} \right) + W_{cd} F_{du} \\
\delta W &= \rho \left(W_{ad} \sqrt{F_a} + W_{bd} \sqrt{F_b} + W_{cd} \sqrt{F_c} \right) + W_d F_{du}
\end{aligned}$$

Tu W oznacza wyznacznik.

$$\begin{vmatrix}
F_a & F_{ab} & F_{ac} & F_{ad} \\
F_{ba} & F_b & F_{bc} & F_{bd} \\
F_{ca} & F_{cb} & F_c & F_{cd} \\
F_{da} & F_{db} & F_{dc} & F_d
\end{vmatrix}$$

zaś W_a, W_{ab}, W_{ac}, ... odpowiedne podwyznaczniki, stósownymi znakami opatrzone np.:

$$(-1)^{1+2} W_{ab} = \begin{vmatrix}
F_{ba} & F_{bc} & F_{bd} \\
F_{ca} & F_c & F_{cd} \\
F_{da} & F_{dc} & F_d
\end{vmatrix}$$

Wyznacznik W da się wyrazić przez wyznaczniki A i (abcd). Mnożąc bowiem wyznacznik:

$$\begin{vmatrix}
A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\
A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\
A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\
A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44}
\end{vmatrix}$$

przez wyznacznik:

$$\begin{vmatrix}
a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\
b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\
c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\
d_1 & d_2 & d_3 & d_4
\end{vmatrix}$$

a następnie iloczyn jeszcze raz przez ostatni wyznacznik, dostaniemy wyznacznik W.

Zatem

$$W = A^3 (abcd)^2$$

Wyznacznik W tylko wtedy jest różny od zera, gdy ani A ani (abcd) nie jest zerem.

Ilości $\rho = \sqrt{F_u}$ i F_{du}, od których zależą wartości $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ nie są dowolne, lecz od siebie zawisłe. Związek między niemi, daje zrównanie:

$$\rho = A_{11} u_1^2 + A_{22} u_2^2 + A_{33} u_3^2 + A_{44} u_4^2 + \ldots + 2 A_{34} u_3 u_4,$$

jeżeli w niem za u_i podstawimy wartość ze zrównania 2^0, a za $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ wartości ze zrównania 3^0.

I tak, kładąc wartość za u_i, dostaniemy:

$$\rho^2 = a^2 F_a + \beta^2 F_b + \gamma^2 F_c + \delta^2 F_d + 2 \alpha \beta F_{ab} + \ldots + 2 \gamma \delta F_{cd}$$

czyli

$$\rho^2 = (\alpha F_a + \beta F_{ab} + \gamma F_{ac} + \delta F_{ad}) \alpha + (\alpha F_{ba} + \beta F_b + \gamma F_{bc} + \delta F_{bd}) \cdot \beta + \\ + (\alpha F_{ca} + \beta F_{cb} + \gamma F_c + \delta F_{cd}) \cdot \gamma + (\alpha F_{da} + \beta F_{db} + \gamma F_{dc} + \delta F_d) \cdot \delta,$$

podstawiając dalej wartości za $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ w wyrazach objętych nawiasami, otrzymamy:

$$W\rho = \left| \begin{array}{l} \rho \sqrt{F_a} (F_a W_a + F_{ab} W_{ab} + F_{ac} W_{ac} + F_{ad} W_{ad}) + \\ + \rho \sqrt{F_b} (F_a W_{ab} + F_{ab} W_b + F_{ac} W_{bc} + F_{ad} W_{bd}) + \\ + \rho \sqrt{F_c} (F_a W_{ac} + F_{ab} W_{bc} + F_{ac} W_c + F_{ad} W_{cd}) + \\ + F_{du} (F_a W_{ad} + F_{ab} W_{bd} + F_{ac} W_{cd} + F_{ad} W_d) + \end{array} \right| \cdot \alpha + \{\ldots\} \cdot \beta + \{\ldots\} \cdot \gamma + \{\ldots\} \delta,$$

skąd znowu, stósując twierdzenie z teoryi wyznaczników:

$$\begin{aligned} a_{k1} A_{11} + a_{k2} A_{12} + a_{k3} A_{13} + \ldots &= A \quad \text{gdy } k = 1 \\ &= 0 \quad \text{gdy } k \gtrless 1 \end{aligned}$$

będzie:

$$W \rho^2 = \alpha \rho W \sqrt{F_a} + \beta \rho W \sqrt{F_b} + \gamma \rho W \sqrt{F_c} + F_{du} W_d.$$

Kładąc teraz wartości za $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ i odpowiednio porządkując, otrzymamy:

4°. $(W_a F_a + W_b F_b + W_c F_c + 2\, W_{ab} \sqrt{F_a}\,\sqrt{F_b} + 2\, W_{ac} \sqrt{F_a}\,\sqrt{F_c} + 2\, W_{bc}\sqrt{F_b}\,\sqrt{F_c} - W)\rho^2 + 2\left(W_{ad}\sqrt{F_a} + W_{bd}\sqrt{F_b} + W_{cd}\sqrt{F_c}\right)\rho\, F_{du} + W_d F_{du}^2 = 0.$

Wyznacznik

$$W_d = \begin{vmatrix} F_a & F_{ab} & F_{ac} \\ F_{ba} & F_b & F_{bc} \\ F_{ca} & F_{cb} & F_c \end{vmatrix}$$

może być różny od zera, lub też być zerem.

Zobaczmy, jakie znaczenie geometryczne ma ten wyznacznik.

Ponieważ

$$\begin{vmatrix} F_a & F_{ab} & F_{ac} & F_{ad} & a\xi \\ F_{ba} & F_b & F_{bc} & F_{bd} & b\xi \\ F_{ca} & F_{cb} & F_c & F_{cd} & c\xi \\ F_{da} & F_{db} & F_{dc} & F_d & d\xi \\ a\xi & b\xi & c\xi & d\xi & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} A_{11}a_1 + .., & A_{21}a_1 + .., & A_{31}a_1 + .., & A_{41}a_1 + .., & a\xi \\ A_{11}b_1 + .., & A_{21}b_1 + .., & A_{31}b_1 + .., & A_{41}b_1 + .., & b\xi \\ A_{11}c_1 + ... & A_{21}c_1 + .., & A_{31}c_1 + .., & A_{41}c_1 + .., & c\xi \\ A_{11}d_1 + .., & A_{21}d_1 + .., & A_{31}d_1 + .., & A_{41}d_1 + .., & d\xi \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & \xi_1 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & \xi_2 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & \xi_3 \\ A_{41} & A_{42} & A_{42} & A_{44} & \xi_4 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & \xi_1 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & \xi_2 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & \xi_3 \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & \xi_4 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 & 0 \end{vmatrix} \cdot (abcd)^2$$

zaś

$$\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & \xi_1 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & \xi_2 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & \xi_3 \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & \xi_4 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$
= \begin{vmatrix} A, & o, & o, & o, & a_{11}\xi_1 + a_{12}\xi_2 + a_{13}\xi_3 + a_{14}\xi_4 \\ o, & A, & o, & o, & a_{21}\xi_1 + \ldots\ldots \\ o, & o, & A, & o, & a_{31}\xi_1 + \ldots\ldots \\ o, & o, & o, & A, & a_{41}\xi_1 + \ldots\ldots \\ \xi_1, & \xi_2, & \xi_3, & \xi_4, & o \end{vmatrix} =
$$

$$
=(a_{11}\xi_1 + \ldots) \begin{vmatrix} o & A & o & o \\ o & o & A & o \\ o & o & o & A \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 \end{vmatrix} - (a_{21}\xi_1 + ..) \begin{vmatrix} A & o & o & o \\ o & o & A & o \\ o & o & o & A \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 \end{vmatrix} + (a_{31}\xi_1 + ..) \begin{vmatrix} A & o & o & o \\ o & A & o & o \\ o & o & o & A \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 \end{vmatrix} -
$$

$$
- (a_{11}\xi_1 + ..) \begin{vmatrix} A & o & o & o \\ o & A & o & o \\ o & o & A & o \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 \end{vmatrix} =
$$

$$
= - A^3 \{\xi_1 (a_{11}\xi_1 + a_{12}\xi_2 + a_{13}\xi_3 + a_{14}\xi_4) + \xi_2 (a_{21}\xi_1 + ..) + \xi_3 (a_{31}\xi_1 + ..) + \\ + \xi_4 (a_{41}\xi_1 + ..)\} = - A^3 f\xi
$$

skąd

$$
\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & \xi_1 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & \xi_2 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & \xi_3 \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & \xi_4 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 & o \end{vmatrix} = - A^2 f\xi
$$

zatem

$$
\begin{vmatrix} F_a & F_{ab} & F_{ac} & F_{ad} & a\xi \\ F_{ba} & F_b & F_{bc} & F_{bd} & b\xi \\ F_{ca} & F_{cb} & F_c & F_{cd} & c\xi \\ F_{da} & F_{db} & F_{dc} & F_d & d\xi \\ a\xi & b\xi & c\xi & d\xi & o \end{vmatrix} = - A^2 (abcd)^2 f\xi
$$

Przyjmując teraz:

$$
\begin{aligned} a_1\xi_1 + a_2\xi_2 + a_3\xi_3 + a_4\xi_4 = o \\ b_1\xi_1 + b_2\xi_2 + b_3\xi_3 + b_4\xi_4 = o \\ c_1\xi_1 + c_2\xi_2 + c_3\xi_3 + c_4\xi_4 = o \end{aligned}
$$

skąd wynika, że:

$$
\xi_1 = \varepsilon (abc)_{234}, \ \xi_2 = - \varepsilon (abc)_{134}, \ \xi_3 = \varepsilon (abc)_{124}, \ \xi_4 = - \varepsilon (abc)_{123}
$$

przyczém ε jest liczbą zupełnie dowolną, t. j. przyjmując punkt ξ za punkt przecięcia się płaszczyzn a, b, c, otrzymamy:

$$\begin{vmatrix} F_a & F_{ab} & F_{ac} & F_{ad} & o \\ F_{ba} & F_b & F_{bc} & F_{bd} & o \\ F_{ca} & F_{cb} & F_c & F_{cd} & o \\ F_{da} & F_{db} & F_{dc} & F_d & d_\xi \\ o & o & o & d_\xi & o \end{vmatrix} = -A^2 (abcd)^2 f\xi$$

czyli

$$-d_\xi^2 \begin{vmatrix} F_a & F_{ab} & F_{ac} \\ F_{ba} & F_b & F_{bc} \\ F_{ca} & F_{cb} & F_c \end{vmatrix} = -A^2 (abcd)^2 f\xi$$

że zaś

$$d_\xi = \varepsilon \{(abc)_{234} . d_1 - (abc)_{134} . d_2 + (abc)_{124} . d_3 - (abc)_{123} . d_4\} =$$

$$= \varepsilon \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{vmatrix} = \varepsilon (abcd)$$

zatem będzie:

$$\varepsilon^2 \begin{vmatrix} F_a & F_{ab} & F_{ac} \\ F_{ba} & F_b & F_{bc} \\ F_{ca} & F_{cb} & F_c \end{vmatrix} = A^2 f\xi$$

czyli, kładąc $\varepsilon = 1$, będzie:

$$W_d = A^2 f\xi.$$

Gdy punkt przecięcia płaszczyzn a, b, c tj. punkt ξ, leży na powierzchni $fx = o$, wtedy $W_d = o$. Gdy zaś ten punkt na powierzchni nie leży, czyli gdy $f\xi$ jest różne od zera, wtedy także i W_d nie $= o$.

Przyjmijmy najpierw, że W_d jest różne od zera

Ze zrównania 4^0 otrzymamy:

$$\frac{F_{du}}{\rho} = -\frac{W_{ad}\sqrt{F_a} + W_{bd}\sqrt{F_b} + W_{cd}\sqrt{F_c}}{W_d} \pm$$

$$\pm \frac{1}{W_d}\sqrt{\begin{matrix}(W_{ad}^2 - W_a W_d) F_a + (W_{bd}^2 - W_b W_d) F_b + (W_{cd}^2 - W_c W_d) F_c + \\ + 2 (W_{ad} W_{bd} - W_{ab} W_d) \sqrt{F_a}\sqrt{F_b} + 2 (W_{ad} W_{cd} - \\ - W_{ac} W_d) \sqrt{F_a}\sqrt{F_c} + 2 (W_{bd} W_{cd} - W_{bc} W_d) \sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\end{matrix}}$$

a że, na mocy wzoru:

$$\begin{vmatrix} A_{fi} & A_{fk} \\ A_{gi} & A_{gk} \end{vmatrix} = A \frac{d^2 A}{da_{fi}\, da_{gk}}$$

jest:

$$5^0 \quad \begin{array}{l} W_{ad}^2 - W_a W_d = W (F_{bc}^2 - F_b F_c) \\ W_{bd}^2 - W_b W_d = W (F_{ac}^2 - F_a F_c) \\ W_{cd}^2 - W_c W_d = W (F_{ab}^2 - F_a F_b) \\ W_{ad} W_{bd} - W_{ab} W_d = - W (F_{ac} F_{bc} - F_{ab} F_c) \\ W_{ad} W_{cd} - W_{ac} W_d = - W (F_{ab} F_{bc} - F_{ac} F_b) \\ W_{bd} W_{cd} - W_{bc} W_d = - W (F_{ab} F_{ac} - F_{bc} F_a) \end{array}$$

tudzież:

$$W_d = F_a F_b F_c + 2 F_{ab} F_{ac} F_{bc} - F_a F_{bc}^2 - F_b F_{ac}^2 - F_c F_{ab}^2$$

więc, będzie:

$$\frac{F_{du}}{\rho} = - \frac{W_{ad} \sqrt{F_a} + W_{bd} \sqrt{F_b} + W_{cd} \sqrt{F_c}}{W_d} \pm$$

$$\pm \sqrt{\frac{2 W}{W_d^2} \left\{ \begin{array}{l} - F_a F_b F_c + F_{ab} F_{ac} F_{bc} + (F_{ab} F_c - F_{ac} F_{bc}) \sqrt{F_a} \sqrt{F_b} + (F_{ac} F_b - \\ - F_{ab} F_{bc}) \sqrt{F_a} \sqrt{F_c} + (F_{bc} F_a - F_{ab} F_{ac}) \sqrt{F_b} \sqrt{F_c} \end{array} \right\}}$$

lub

$$\frac{F_{du}}{\rho} = - \frac{W_{ad} \sqrt{F_a} + W_{bd} \sqrt{F_b} + W_{cd} \sqrt{F_c}}{W_d} \pm$$

$$\pm \sqrt{\frac{2 W}{W_d^2} (F_{ab} - \sqrt{F_a} \sqrt{F_b}) (F_{ac} - \sqrt{F_a} \sqrt{F_c}) (F_{bc} - \sqrt{F_b} \sqrt{F_c})}$$

Wstawiając tę wartość w zrównania 3., pisząc dla krótkości:

$$\frac{2 W}{W_d^2} (F_{ab} - \sqrt{F_a} \sqrt{F_b}) (F_{ac} - \sqrt{F_a} \sqrt{F_c}) (F_{bc} - \sqrt{F_b} \sqrt{F_c}) = P_1$$

tudzież uwzględniając wzory 5., dostaniemy:

$$\alpha = \rho \frac{(F_b F_c - F_{bc}^2) \sqrt{F_a} + (F_{ac} F_{bc} - F_{ab} F_c) \sqrt{F_b} + (F_{ab} F_{bc} - F_{ac} F_b) \sqrt{F_c}}{W_d} \pm$$

$$\pm \rho \frac{W_{ad}}{W} \sqrt{P_1}$$

$$\beta = \rho\,\frac{(F_{ac}F_{bc}-F_{ab}F_c)\sqrt{F_a}+(F_aF_c-F_{ac}^2)\sqrt{F_b}+(F_{ab}F_{ac}-F_aF_{bc})\sqrt{F_c}}{W_d} \pm$$

$$\pm\rho\,\frac{W_{bd}}{W}\sqrt{P_1}$$

$$\gamma = \rho\,\frac{(F_{ab}F_{bc}-F_{ac}F_b)\sqrt{F_a}+(F_{ab}F_{ac}-F_aF_{bc})\sqrt{F_b}+(F_aF_b-F_{ab}^2)\sqrt{F_c}}{W_d} \pm$$

$$\pm\rho\,\frac{W_{cd}}{W}\sqrt{P_1}$$

$$\delta = \pm\rho\,\frac{W_d}{W}\sqrt{P_1}$$

a nazywając:

6⁰.
$$\begin{aligned}
&\frac{1}{W_d}\Big\{a_i(F_bF_c-F_{bc}^2)+b_i(F_{ac}F_{bc}-F_{ab}F_c)+c_i(F_{ab}F_{bc}-F_{ac}F_b)\Big\}=k_i\\
&\frac{1}{W_d}\Big\{a_i(F_{ac}F_{bc}-F_{ab}F_c)+b_i(F_aF_c-F_{ac}^2)+c_i(F_{ab}F_{ac}-F_aF_{bc})\Big\}=l_i\\
&\frac{1}{W_d}\Big\{a_i(F_{ab}F_{bc}-F_{ac}F_b)+b_i(F_{ab}F_{ac}-F_aF_{bc})+c_i(F_aF_b-F_{ab}^2)\Big\}=m_i\\
&\frac{1}{W}(a_iW_{ad}+b_iW_{bd}+c_iW_{cd}+d_iW_d)=n_i
\end{aligned}$$

wyrazimy szukaną płaszczyznę styczną, w formie:

$$u_i = k_i\sqrt{F_a}+l_i\sqrt{F_b}+m_i\sqrt{F_c}\pm n_i\sqrt{P_1}$$

Ponieważ pierwiastki: $\sqrt{F_a}$, $\sqrt{F_b}$, $\sqrt{F_c}$, mogą być wzięte ze znakami + i —, zatem na u_i otrzymamy ośm różnych wartości.

Przekrojów więc stycznych do trzech danych a, b, c jest osiem następujących:

7⁰.
$$\begin{aligned}
p_i' &= k_i\sqrt{F_a}+l_i\sqrt{F_b}+m_i\sqrt{F_c}+n_i\sqrt{P_1}\\
p_i'' &= k_i\sqrt{F_a}+l_i\sqrt{F_b}+m_i\sqrt{F_c}-n_i\sqrt{P_1}\\
q_i' &= -k_i\sqrt{F_a}+l_i\sqrt{F_b}+m_i\sqrt{F_c}+n_i\sqrt{P_2}\\
q_i'' &= -k_i\sqrt{F_a}+l_i\sqrt{F_b}+m_i\sqrt{F_c}-n_i\sqrt{P}\\
r_i' &= k_i\sqrt{F_a}-l_i\sqrt{F_b}+m_i\sqrt{F_c}+n_i\sqrt{P_3}\\
r_i'' &= k_i\sqrt{F_a}-l_i\sqrt{F_b}+m_i\sqrt{F_c}-n_i\sqrt{P_3}\\
s_i' &= k_i\sqrt{F_a}+l_i\sqrt{F_b}-m_i\sqrt{F_c}+n_i\sqrt{P_4}\\
s_i'' &= k_i\sqrt{F_a}+l_i\sqrt{F_b}-m_i\sqrt{F_c}-n_i\sqrt{P_4}
\end{aligned}$$

W zrównaniach tych oznacza:

$$P_1 = \frac{2W}{W_d^2}\left(F_{ab} - \sqrt{F_a}\sqrt{F_b}\right)\left(F_{ac} - \sqrt{F_a}\sqrt{F_c}\right)\left(F_{bc} - \sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\right)$$

8. $$P_2 = \frac{2W}{W_d^2}\left(F_{ab} + \sqrt{F_a}\sqrt{F_b}\right)\left(F_{ac} + \sqrt{F_a}\sqrt{F_c}\right)\left(F_{bc} - \sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\right)$$

$$P_3 = \frac{2W}{W_d^2}\left(F_{ab} + \sqrt{F_a}\sqrt{F_b}\right)\left(F_{ac} - \sqrt{F_a}\sqrt{F_c}\right)\left(F_{bc} + \sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\right)$$

$$P_4 = \frac{2W}{W_d^2}\left(F_{ab} - \sqrt{F_a}\sqrt{F_b}\right)\left(F_{ac} + \sqrt{F_a}\sqrt{F_c}\right)\left(F_{bc} + \sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\right)$$

Jeżeli współczynniki płaszczyzn a, b, c są rzetelne i przekroje temi płaszczyznami także rzetelne, czyli powierzchnia $f_x = o$ jest rzeczywiście przeciętą przez te płaszczyzny, wtedy przekrój płaszczyzną: $u_i = k_i\sqrt{F_a} + l_i\sqrt{F_b} + m_i\sqrt{F_c} \pm n_i\sqrt{P}$ jest rzetelny, gdy współczynniki tej płaszczyzny są liczbami rzetelnemi.

Aby to okazać, przyjmijmy, że płaszczyzna t przecina powierzchnię $f_x = o$ wtedy, gdy jest $F_t > o$.

Przy tém założeniu musi być: $F_a > o$, $F_b > o$, $F_c > o$.

Ponieważ dalej jest:

$$F_{au}^2 = F_a F_u$$

więc będzie $F_u > o$, gdy współczynnik u_i, lub co na jedno wyjdzie wyraz $n_i\sqrt{P}$ jest liczbą rzetelną.

Założmy teraz, że żadne z trzech wyrażeń: $F_{ab}^2 - F_a F_b$, $F_{ac}^2 - F_a F_c$, $F_{bc}^2 - F_b F_c$ nie jest równe zero.

Ponieważ

$$P_1 P_2 P_3 P_4 = \frac{8W^4}{W_d^8}(F_{ab}^2 - F_a F_b)^2 (F_{ac}^2 - F_a F_c)^2 (F_{bc}^2 - F_b F_c)^2$$

zatem, albo wszystkie P są dodatne, albo wszystkie P odjemne, albo dwa P dodatne, a dwa P odjemne.

Gdy

$$\begin{array}{lcl} F_{ab}^2 - F_a F_b > o & & F_{ab}^2 - F_a F_b < o \\ F_{ac}^2 - F_a F_c > o & \text{lub} & F_{ac}^2 - F_a F_c < o \\ F_{bc}^2 - F_b F_c > o & & F_{bc}^2 - F_b F_c < o \end{array}$$

wtedy iloczyny: $P_1 P_2$, $P_1 P_3$, $P_1 P_4$, $P_2 P_3$, $P_2 P_4$, $P_3 P_4$ są dodatne; wtedy więc wszystkie P są dodatne, albo też wszystkie P są odjemne.

W przypadku tym wszystkie przekroje są rzetelne. Skoro bowiem płaszczyzna d może być zupełnie dowolną, więc ją tak dobieram, by d_1 i $\sqrt{P_1}$ były liczbami rzetelnemi, lub też liczbami urojonemi; w obu razach wyraz $n_1 \sqrt{P_1}$ będzie rzetelnym. Ponieważ wszystkie P mają jednakowe znaki, zatem także wyrazy $n_1 \sqrt{P_2}$, $n_1 \sqrt{P_3}$ i $n_1 \sqrt{P_4}$ będą rzetelne.

Jakie znaczenie geometryczne ma którykolwiek z wyrazów: $F_{ab}^2 - F_a F_b$, $F_{ac}^2 - F_a F_c$, $F_{bc}^2 - F_b F_c$ wtedy, gdy jest dodatnym, a jakie wtedy, gdy jest odjemnym, mówiliśmy na początku.

Gdy dwa z poprzednich wyrazów są dodatne, a jeden odjemny; lub też jeden dodatny, a dwa odjemne, wtedy dwa P są dodatne, a dwa drugie odjemne. W przypadku tym będą cztery przekroje rzetelne, a pozostałe cztery urojone.

Gdy jeden z wyrazów: $F_{ab}^2 - F_a F_b$, $F_{ac}^2 - F_a F_c$, $F_{bc}^2 - F_b F_c$ równa się zero, wtedy dwie wartości z pomiędzy P będą równe zero, więc przekroje w dwóch parach będą identyczne.

Jeżeli będzie:

$$F_{ab}^2 - F_a F_b = \left(F_{ab} - \sqrt{F_a}\sqrt{F_b}\right)\left(F_{ab} + \sqrt{F_a}\sqrt{F_b}\right) = 0$$

i będzie:

$$F_{ab} - \sqrt{F_a}\sqrt{F_b} = 0$$

wtedy będzie:

$$P_1 = 0 \text{ i } P_4 = 0$$

zatem:

$$p' = p'' \text{ i } s' = s''$$

Różnych przekrojów stycznych będzie sześć.

Ponieważ zaś jest:

$$P_2 P_3 = \frac{4W^2}{W_d^4}\left(F_{ab} + \sqrt{F_a}\sqrt{F_b}\right)^2 \left(F_{ac}^2 - F_a F_c\right)\left(F_{bc}^2 - F_b F_c\right)$$

więc P_2 i P_3 będą miały ten sam znak, gdy $F_{ac}^2 - F_a F_c$ i $F_{bc}^2 - F_b F_c$ będą razem dodatnie, albo też razem odjemne. W tym razie cztery przekroje do P_2 i P_3 należące, będą rzetelne.

Gdy zaś $F_{ac}^2 - F_a F_c$ i $F_{bc}^2 - F_b F_c$ mają znaki przeciwne, wtedy dwa z tych przekrojów będą rzetelne, a dwa drugie urojone. Przekroje należące do P_1 i P_4 są rzetelne.

Jeżeli dwa z poprzednich wyrazów, równają się zero, wtedy trzy wartości z pomiędzy P_1, P_2, P_3, P_4 równają się zero. W trzech

parach przekroje styczne będą identyczne, więc różnych przekrojów stycznych będzie pięć i wszystkie będą rzetelne.

Gdy jest:

$$F_{ab}^2 - F_a F_b = 0$$
$$F_{ac}^2 - F_a F_c = 0$$
$$F_{bc}^2 - F_b F_c = 0$$

wtedy W_d może być zerem, lub też różném od zera. Wtedy bowiem będzie:

$$W_d = F_a F_b F_c + 2F_{ab} F_{ac} F_{bc} - F_a F_{bc}^2 - F_b F_{ac}^2 - F_c F_{ab}^2$$
$$= F_a F_b F_c + 2F_{ab} F_{ac} F_{bc} - 3F_a F_b F_c = 2(F_{ab} F_{ac} F_{bc} - F_a F_b F_c)$$

więc $W_d = 0$, gdy $F_{ab} F_{ac} F_{bc} = F_a F_b F_c$

a że

$$F_{ab} = \pm \sqrt{F_a} \sqrt{F_b} \qquad\qquad F_{ab} = \varepsilon_1 \sqrt{F_a} \sqrt{F_b}$$
$$F_{ac} = \pm \sqrt{F_a} \sqrt{F_c} \qquad \text{lub} \qquad F_{ac} = \varepsilon_2 \sqrt{F_a} \sqrt{F_c}$$
$$F_{bc} = \pm \sqrt{F_b} \sqrt{F_c} \qquad\qquad F_{bc} = \varepsilon_3 \sqrt{F_b} \sqrt{F_c}$$

gdzie ε_1 ε_2 ε_3 oznaczają znak $\pm$

więc

$$F_{ab} F_{ac} F_{bc} = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 F_a F_b F_c$$

Gdy iloczyn $\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = +1$, wtedy będzie $W_d = 0$; gdy zaś $\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = -1$, wtedy W_d jest różne od zera.

Jeżeli przyjmiemy, że W_d nie równa się zero, wtedy trzy wartości z pomiędzy P_1 P_2 P_3 P_4 będą równe zero, a jedna z tych wartości będzie różną od zera. I tu w trzech parach przekroje będą identyczne; różnych przekrojów będzie pięć i wszystkie będą rzetelne.

Zobaczmy teraz, jakie położenie ma przekrój, dla którego P równa się zero.

Przyjmijmy: $F_{ab}^2 - F_a F_b = 0$ i załóżmy: $F_{ab} - \sqrt{F_a} \sqrt{F_b} = 0$, skąd $P_1 = 0$ i $P_4 = 0$.

Weźmy wyznacznik:

$$\begin{vmatrix} F_a & F_{ab} & F_{ap} \\ F_{ba} & F_b & F_{bp} \\ F_{pa} & F_{pb} & F_p \end{vmatrix}$$

Rozwinąwszy ten wyznacznik co do wyrazów ostatniego wiersza i uwzględniwszy, że $F_{ab} = \sqrt{F_a} \sqrt{F_b}$, otrzymamy:

$$\begin{vmatrix} F_a & F_{ab} & F_{ap} \\ F_{ba} & F_b & F_{bp} \\ F_{pa} & F_{pb} & F_p \end{vmatrix} = -\left(F_{ap}\sqrt{F_b} - F_{bp}\sqrt{F_a}\right)^2$$

a że

$$F_{ap} = \sqrt{F_a}\, F_{ak} + \sqrt{F_b}\, F_{al} + \sqrt{F_c}\, F_{am}$$

a

$$W_d F_{ak} = (F_b F_c - F_{bc}^2)\, F_a + (F_{ac} F_{bc} - F_{ab} F_c)\, F_{ab} + (F_{ab} F_{bc} - F_{ac} F_b)\, F_{ac} =$$
$$= -F_a F_{bc}^2 - F_b F_{ac}^2 + 2 F_{ab} F_{ac} F_{bc}$$

$$W_d F_{al} = (F_{ac} F_{bc} - F_{ab} F_c)\, F_a + (F_a F_c - F_{ac}^2)\, F_{ab} + (F_{ab} F_{ac} - F_a F_{bc})\, F_{ac} = o$$

$$W_d F_{am} = (F_{ab} F_{bc} - F_{ac} F_b)\, F_a + (F_{ab} F_{ac} - F_a F_{bc})\, F_{ab} = -F_a F_b F_{ac} + F_{ab}^2 F_a = o$$

skąd:

$$F_{ap}\sqrt{F_b} = \frac{\sqrt{F_a}\sqrt{F_b}}{W_d}\left| -F_a F_{bc}^2 - F_b F_{ac}^2 + 2 F_{ab} F_{ac} F_{bc} \right|$$

zaś

$$F_{bp}\sqrt{F_a} = \frac{\sqrt{F_a}\sqrt{F_b}}{W_d}\left| -F_b F_{ac}^2 - F_a F_{bc}^2 + 2 F_{ab} F_{ac} F_{bc} \right|$$

więc

$$\begin{vmatrix} F_a & F_{ab} & F_{ap} \\ F_{ba} & F_b & F_{bp} \\ F_{pa} & F_{bp} & F_p \end{vmatrix} = o$$

W ten sam sposób można okazać, że

$$\begin{vmatrix} F_a & F_{ab} & F_{as} \\ F_{ba} & F_b & F_{bs} \\ F_{sa} & F_{sb} & F_s \end{vmatrix} = o$$

Zatem przekroje $p' = p''$ i $s' = s''$ są takimi, że punkta przecięcia płaszczyzn a, b, p i płaszczyzn a, b, s leżą na powierzchni $f_x = o$.

Zakładając zaś:

$$F_{ab} + \sqrt{F_a}\sqrt{F_b} = o, \text{ skąd } P_2 = o \text{ i } P_3 = o$$

będzie:

$$\begin{vmatrix} F_a & F_{ab} & F_{aq} \\ F_{ba} & F_b & F_{bq} \\ F_{qa} & F_{qb} & F_q \end{vmatrix} = o \quad \text{i} \quad \begin{vmatrix} F_a & F_{ab} & F_{ar} \\ F_{ba} & F_b & F_{br} \\ F_{ra} & F_{rb} & F_r \end{vmatrix} = o$$

Więc, gdy $F_{ab}^2 - F_a F_b = o$, wtedy przez punkt styczności przekrojów a, b, przechodzą te przekroje, dla których P równa się zero.

Jeżeli

$$F_{ab}^2 - F_a F_b = o$$
$$F_{ac}^2 - F_a F_c = o$$

i jeżeli jest:

$$F_{ab} - \sqrt{F_a}\sqrt{F_b} = o$$
$$F_{ac} - \sqrt{F_a}\sqrt{F_c} = o$$

skąd $P_1 = o,\ P_4 = o$ i $P_1 = o,\ P_3 = o,$

wtedy przekrój $p' = p''$ przechodzi przez punkt styczności przekrojów ab i ac czyli przekrój p jest identycznym z przekrojem a, przekrój r przechodzi przez punkt styczności przekrojów ac, zaś przekrój s przez punkt styczności przekrojów ab.

Że przekrój p jest identycznym z przekrojem a, można jeszcze inaczéj okazać.

Mianowicie:

$$W_d k_i = \left(F_{bc} - \sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\right) \cdot \left\{-a_i\left(F_{bc} + \sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\right) + b_i\sqrt{F_a}\sqrt{F_c} + c_i\sqrt{F_a}\sqrt{F_b}\right\}$$
$$W_d l_i = \left(F_{bc} - \sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\right) \cdot \left\{a_i\sqrt{F_a}\sqrt{F_c} - c_i F_a\right\}$$
$$W_d m_i = \left(F_{bc} - \sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\right) \cdot \left\{a_i\sqrt{F_b}\sqrt{F_c} - b_i F_a\right\}$$

skąd

$$p_i = \frac{\sqrt{F_a}}{W_d}\left(F_{bc} - \sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\right)^2 a_i$$

Więc gdy $F_{ab}^2 - F_a F_b = o$ i $F_{ac}^2 - F_a F_c = o$, wtedy 3 wartości na P równają się zero. Dla jednéj z tych wartości odpowiadający przekrój jest identyczny z przekrojem a, dla drugiéj wartości odpowiadający przekrój przechodzi przez punkt styczności przekrojów ab, a dla trzeciéj przez punkt styczności przekrojów ac.

Jeżeli w końcu

$$F_{ab}^2 - F_a F_b = o$$
$$F_{ac}^2 - F_a F_c = o$$
$$F_{bc}^2 - F_b F_c = o$$

a W_d nie $= o$, wtedy trzy pary przekrojów, dla których P są równe zero, są identycznymi z danymi przekrojami a, b, c,

Wszystko to, o czem dotąd mówiliśmy, stósuje się i do tego przypadku, gdy z wyrazów F_a, F_b, F_c, jeden, albo dwa, albo też wszystkie trzy są równe zero.

W przypadkach tych zadanie nasze przejdzie na następujące:

Znaleść przekroje powierzchni $f_x = o$, przechodzące przez jeden punkt, leżący na téj powierzchni, i styczne do dwóch danych przekrojów tejże powierzchni. Albo: Znaleść przekroje przechodzące przez dwa punkta powierzchni i styczne do jednego danego przekroju. Albo wreszcie: Znaleść przekroje przechodzące przez trzy punkta powierzchni. W ostatnim przypadku otrzymamy jeden rzeczywisty przekrój, 8krotnie liczony.

$$\text{Gdy } F_a = o, \text{ wtedy } P_1 = P_2,\ P_3 = P_4$$
$$\text{zaś } p' = q',\ p'' = q'',\ r' = s'',\ r'' = s'.$$

Przekroje drugiéj pary są identyczne z przekrojami pierwszéj pary, a przekroje czwartéj pary identyczne z przekrojami trzeciéj pary. Przekrojów stycznych właściwie jest tylko cztery.

Jeżeli $F_{bc}^2 - F_b F_c > o$, wtedy, z powodu że $F_{ab}^2 - F_a F_b > o$, i $F_{ac}^2 F_a F_c > o$, będą wszystkie P dodatne, albo też wszystkie P odjemne, a więc wszystkie przekroje rzetelne.

Jeżeli zaś $F_{bc}^2 - F_b F_c < o$, wtedy iloczyn $P_1 P_3 = P_2 P_4$ jest liczbą odjemną, więc dwa przekroje są rzetelne, a dwa urojone.

Jeżeli daléj $F_{bc}^2 - F_b F_c = o$ i jeżeli jest $F_{bc} - \sqrt{F_b} \sqrt{F_c} = o$, wtedy $P_1 = P_2 = o$, zaś $P_3 = P_4$ jest różne od zera. W przypadku tym przekrój $p' = p'' = q' = q''$ jest rzetelny i przechodzi przez punkt styczności przekrojów bc. Dwa inne przekroje $r' = s''$ i $r'' = s'$ są także rzetelne.

Jeżeli $F_{ab}^2 - F_a F_b = o$, lub $F_{ac}^2 - F_a F_c = o$, wtedy $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = o$ i będzie:

$$p' = p'' = q' = q'' \text{ i } r' = r'' = s' = s''$$

stycznych przekrojów jest właściwie dwa, oba są rzetelne i oba przechodzą przez punkt a.

Jeżeli w końcu

$$F_{ab}^2 - F_a F_c = o \text{ i } F_{bc}^2 - F_b F_c = o,$$

wtedy

$$p_i' = p_i'' = q_i' = q_i'' = -b_i F_{ac}^2 \sqrt{F_b}$$
$$r_i' = r_i'' = s_i' = s_i'' = F_{ac} \sqrt{F_b} \left(b_i F_{ac} - 2 a_i \sqrt{F_b} \sqrt{F_c}\right)$$

Tu istnieją dwa styczne przekroje; jeden z nich jest identycznym z przekrojem b, drugi zaś styka się z przekrojem b w punkcie a.

Równocześnie $F_{ab}^2 - F_a F_b = o$ i $F_{ac}^2 - F_a F_c = o$ zerem być nie mogą, boby wtedy W_d było zerem.

Gdy $F_a = o$ i $F_b = o$, wtedy $P_1 = P_2 = P_3 = P_4$ i $p' = q' = r' = s'$, $p'' = q'' = r'' = s''$.

Otrzymamy więc dwa rzetelne styczne przekroje, każdy poczwórnie liczony.

Jeśli nadto $F_{ac}^2 - F_a F_c = o$, skąd $F_{ac} = o$, wtedy będzie $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = o$ i będzie:

$$p_i' = p_i'' = q_i' = q_i'' = r_i' = r_i'' = s_i' = s_i'' = m_i = \frac{F_{ab}}{W_d}(a_i F_{bc} - c_i F_{ab})$$

W tym razie otrzymamy jeden przekrój styczny do przekroju c w punkcie a.

Jeżeli zaś $F_{ac}^2 - F_a F_c = o$ i $F_{bc}^2 - F_b F_c = o$, wtedy $p_i' = p_i'' = q_i' = q_i'' = r_i' = r_i'' = s_i' = s_i'' = m_i = - c_i F_{ab}^2$.

W przypadku tym będzie jeden przekrój i to identyczny z przekrojem c.

Gdy $F_a = o$ i $F_b = o$, wtedy $F_{ab}^2 - F_a F_b$ zerem być nie może, boby wtedy W_d było zerem.

Załóżmy teraz $F_a = o$ $F_b = o$ i $F_c = o$, wtedy $P_1 = P_2 = P_3 = P_4$ i $p_i' = p_i'' = q_i' = q_i'' = r_i' = r_i'' = s_i' = s_i'' = n_i \sqrt{P_1}$

W przypadku tym żaden z wyrazów $F_{ab}^2 - F_a F_b$, $- F_{ac}^2 - F_a F_c$, $F_{bc}^2 - F_b F_c$ zerem być nie może, boby wtedy W_d było zerem.

Wyszukane przekroje tworzące cztery pary p'', p; q', q'', r, r''; s', s'' styczne do trzech danych a, b, c można ułożyć w osem takich czwórek, iż do każdej czwórki da się znaleźć styczny przekrój. Czwórkę przekrojów stanowią 3 dowolne przekroje trzech pierwszych par i odpowiedni przekrój 4tej pary.

Aby przekrój płaszczyzną

$$v_x = o$$

był stycznym do czterech przekrojów p, q, r, s, muszą być spełnione następujące zrównania:

$$\begin{aligned}
F_{vp} &\pm t \sqrt{F_p} = o \\
F_{vq} &\pm t \sqrt{F_q} = o \\
F_{vr} &\pm t \sqrt{F_r} = o \\
F_{vs} &\pm t \sqrt{F_s} = o \\
F_v &= t^2
\end{aligned}$$

lub zrównania:

$$
9^0. \qquad
\begin{aligned}
&F_{vp} + \varepsilon_1 t \sqrt{F_p} = 0 \\
&F_{vq} + \varepsilon_2 t \sqrt{F_q} = 0 \\
&F_{vr} + \varepsilon_3 t \sqrt{F_r} = 0 \\
&F_{vs} + \varepsilon_4 t \sqrt{F_s} = 0 \\
&F_v = t^2
\end{aligned}
$$

w których współczynniki $\varepsilon_1\ \varepsilon_2\ \varepsilon_3\ \varepsilon_4$ oznaczają znak $\pm$

Płaszczyznę v_x wyraźmy przez płaszczyzny a, b, c, d, mianowicie połóżmy:

$$
10^0. \qquad v_i = \xi a_i + \eta b_i + Z c_i + \vartheta d_i
$$

nadto, korzystając z dowolności płaszczyzny d, przyjmijmy

$$
F_{ad} = F_{bd} = F_{cd} = 0, \; F_d = 1 .
$$

W skutek tego podstawienia będzie:

$$
W = W_d ; \; W_{ad} = W_{bd} = W_{cd} = 0 .
$$

Przyjmijmy dalej

$$
F_p = F_q = F_r = F_s = 1 .
$$

Ponieważ

$$
F_{vp} = \xi F_{ap} + \eta F_{bp} + Z F_{cp} + \vartheta F_{dp}
$$

zaś

$$
\begin{aligned}
F_{ap} &= \sqrt{F_a} \sqrt{F_p} = \sqrt{F_a} \\
F_{bp} &= \sqrt{F_b} \sqrt{F_p} = \sqrt{F_b} \\
F_{cp} &= \sqrt{F_c} \sqrt{F_p} = \sqrt{F_c}
\end{aligned}
$$

a

$$
\begin{aligned}
F_{dp} &= \sqrt{F_a} F_{dk} + \sqrt{F_b} F_{dl} + \sqrt{F_c} F_{dm} \pm \sqrt{P_1} F_{dn} = \\
&= \sqrt{F_a} \{(F_b F_c - F_{bc}^2) F_{ad} + (F_{ac} F_{bc} - F_{ab} F_c) F_{bd} + (F_{ab} F_{bc} - F_{ac} F_b) F_{cd}\} + \\
&+ \sqrt{F_b}\{\cdots\} + \sqrt{F_c}\{\cdots\} \pm \frac{W_{ad} F_{ad} + W_{bd} F_{bd} + W_{cd} F_{cd} + W_d F_d}{W_d} \sqrt{P_1} = \pm \sqrt{P_1}
\end{aligned}
$$

więc będzie:

$$
F_{vp} = \xi \sqrt{F_a} + \eta \sqrt{F_b} + Z \sqrt{F_c} + \vartheta \sqrt{P_1}
$$

Przerabiając podobnie F_{vq}, F_{vr}, F_{os} i oznaczając $\pm\sqrt{P}$ krótko przez $\sqrt{P}$, otrzymamy ze zrównań 9. następujące zrównania:

$$\begin{aligned}
\xi\sqrt{F_a} + \eta\sqrt{F_b} + Z\sqrt{F_c} + \vartheta\sqrt{P_1} + \varepsilon_1 t &= 0 \\
-\xi\sqrt{F_a} + \eta\sqrt{F_b} + Z\sqrt{F_c} + \vartheta\sqrt{P_2} + \varepsilon_2 t &= 0 \\
\xi\sqrt{F_a} - \eta\sqrt{F_b} + Z\sqrt{F_c} + \vartheta\sqrt{P_3} + \varepsilon_3 t &= 0 \\
\xi\sqrt{F_a} + \eta\sqrt{F_b} - Z\sqrt{F_c} + \vartheta\sqrt{P_4} + \varepsilon_4 t &= 0 \\
F_v &= t^2
\end{aligned}$$

W zrównaniach tych pierwiastki $\sqrt{F_a}$, $\sqrt{F_b}$, F_c, należy wziąść tylko ze znakiem $+$, zaś pierwiastki $\sqrt{P_1}$, $\sqrt{P_2}$, $\sqrt{P_3}$, $\sqrt{P_4}$ ze znakiem $\pm$.

Z czterech pierwszych zrównań dostaniemy:

$$\begin{aligned}
t &= -\sqrt{P_1} + \sqrt{P_2} + \sqrt{P_3} + \sqrt{P_4} \\
\vartheta &= \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \varepsilon_4 \\
\xi\sqrt{F_a} &= \frac{\varepsilon_3 + \varepsilon_4}{2}\left(\sqrt{P_1} - \sqrt{P_2}\right) - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\left(\sqrt{P_3} + \sqrt{P_4}\right) \\
\eta\sqrt{F_b} &= \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_4}{2}\left(\sqrt{P_1} - \sqrt{P_3}\right) - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2}\left(\sqrt{P_2} + \sqrt{P_4}\right) \\
Z\sqrt{F_c} &= \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{2}\left(\sqrt{P_1} - \sqrt{P_4}\right) - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_4}{2}\left(\sqrt{P_2} + \sqrt{P_3}\right)
\end{aligned}$$

Zrównanie $F_v = t^2$, które po rozwinięciu F_v i uwzględnieniu, że $F_{ad} = F_{bd} = F_{cd} = 0$, przyjmie formę:

$$\xi^2 F_a + \eta^2 F_b + Z^2 F_c + \vartheta^2 F_d + 2\,\xi\eta\, F_{ab} + 2\,\xi Z\, F_{ac} + 2\,\eta Z\, F_{bc} = t^2$$

uczy nas, że tylko może być następująca kombinacya znaków:

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = -\varepsilon_3 = -\varepsilon_4.$$

Przyjąwszy $\varepsilon_1 = -1$, dostaniemy:

11.
$$\begin{aligned}
\xi &= \frac{1}{\sqrt{F_a}}\left(\sqrt{P_1} - \sqrt{P_2} + \sqrt{P_3} + \sqrt{P_4}\right) \\
\eta &= \frac{1}{\sqrt{F_b}}\left(\sqrt{P_1} + \sqrt{P_2} - \sqrt{P_3} + \sqrt{P_4}\right) \\
Z &= \frac{1}{\sqrt{F_c}}\left(\sqrt{P_1} + \sqrt{P_2} + \sqrt{P_3} - \sqrt{P_4}\right) \\
t &= -\sqrt{P_1} + \sqrt{P_2} + \sqrt{P_3} + \sqrt{P_4} \\
\vartheta &= -4.
\end{aligned}$$

Podstawiając te wartości w zrównanie $F_v - t^2 = o$, otrzymamy związek, jaki zachodzić musi między pierwiastkami $\sqrt{P_1}, \sqrt{P_2}, \sqrt{P_3}, \sqrt{P_4}$, a więc i znaki dla tych pierwiastków.

I tak:

$$F_v - t^2 = 2(P_1 + P_2 + P_3 + P_4) + 16 +$$

$$+ \frac{2F_{ab}}{\sqrt{F_a}\sqrt{F_b}}(P_1 - P_2 - P_3 + P_4) + \frac{2F_{ac}}{\sqrt{F_a}\sqrt{F_c}}(P_1 - P_2 + P_3 - P_4) +$$

$$+ \frac{2F_{bc}}{\sqrt{F_b}\sqrt{F_c}}(P_1 + P_2 - P_3 - P_4) +$$

$$+ \frac{4F_{ab}}{\sqrt{F_a}\sqrt{F_b}}(\sqrt{P_1}\cdot\sqrt{P_4} + \sqrt{P_2}\cdot\sqrt{P_3}) + \frac{4F_{ac}}{\sqrt{F_a}\sqrt{F_c}}(\sqrt{P_1}\cdot\sqrt{P_3} + \sqrt{P_2}\sqrt{P_4}) +$$

$$+ \frac{4F_{bc}}{\sqrt{F_b}\sqrt{F_c}}(\sqrt{P_1}\sqrt{P_2} + \sqrt{P_3}\sqrt{P_4}) +$$

$$+ 4\sqrt{P_1}\sqrt{P_2} + 4\sqrt{P_1}\sqrt{P_3} + 4\sqrt{P_1}\sqrt{P_4} - 4\sqrt{P_2}\sqrt{P_3} - 4\sqrt{P_2}\sqrt{P_4} -$$

$$- 4\sqrt{P_3}\sqrt{P_4}$$

a że:

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \frac{8W}{W_d^2}(F_{ab}F_{ac}F_{bc} - F_aF_bF_c)$$

$$P_1 - P_2 - P_3 + P_4 = \frac{8W}{W_d^2}(F_{ab}F_c - F_{ac}F_{bc})\sqrt{F_a}\sqrt{F_b}$$

$$P_1 - P_2 + P_3 - P_4 = \frac{8W}{W_d^2}(F_{ac}F_b - F_{ab}F_{bc})\sqrt{F_a}\sqrt{F_c}$$

$$P_1 + P_2 - P_3 - P_4 = \frac{8W}{W_d^2}(F_{bc}F_a - F_{ab}F_{ac})\sqrt{F_b}\sqrt{F_c}$$

skąd

$$2(P_1 + P_2 + P_3 + P_4) + 16 + \frac{2F_{ab}}{\sqrt{F_a}\sqrt{F_b}}(P_1 - P_2 - P_3 + P_4) +$$

$$+ \frac{2F_{ac}}{\sqrt{F_a}\sqrt{F_c}}(P_1 - P_2 + P_3 - P_4) + \frac{2F_{bc}}{\sqrt{F_b}\sqrt{F_c}}(P_1 + P_2 - P_3 - P_4) = o$$

więc:

$$F_v - t^2 = \frac{4}{\sqrt{F_a}\sqrt{F_b}}\left\{\sqrt{P_1}\sqrt{P_4}(F_{ab} + \sqrt{F_a}\sqrt{F_b}) + \sqrt{P_2}\sqrt{P_3}(F_{ab} - \sqrt{F_a}\sqrt{F_b})\right\}$$

$$+ \frac{4}{\sqrt{F_a}\sqrt{F_c}}\left\{\sqrt{P_1}\sqrt{P_3}(F_{ac} + \sqrt{F_a}\sqrt{F_c}) + \sqrt{P_2}\sqrt{P_4}(F_{ac} - \sqrt{F_a}\sqrt{F_c})\right\}$$

$$+ \frac{4}{\sqrt{F_b}\sqrt{F_c}}\left\{\sqrt{P_1}\sqrt{P_2}(F_{bc} + \sqrt{F_b}\sqrt{F_c}) + \sqrt{P_3}\sqrt{P_4}(F_{bc} - \sqrt{F_b}\sqrt{F_c})\right\}$$

lub

$$F_v - t^2 = \left\{ \frac{4\,W^2}{W_d^4} (F_{ab}^2 - F_a F_b)(F_{ac}^2 - F_a F_c)(F_{bc}^2 - F_b F_c) + \sqrt{P_1}\sqrt{P_2}\sqrt{P_3}\sqrt{P_4} \right\}.$$

12^0

$$\left\{ \frac{F_{ab} - \sqrt{F_a}\sqrt{F_b}}{\sqrt{F_a}\sqrt{F_b}\sqrt{P_4}} + \frac{F_{ac} - \sqrt{F_a}\sqrt{F_c}}{\sqrt{F_a}\sqrt{F_c}\sqrt{P_3}} + \frac{F_{bc} - \sqrt{F_b}\sqrt{F_c}}{\sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\sqrt{P_2}} \right\} \cdot \frac{4}{\sqrt{P_1}}$$

a, że

$$\frac{4W^2}{W_d^4}(F_{ab}^2 - F_a F_b)(F_{ac}^2 - F_a F_c)(F_{bc}^2 - F_b F_c) = \pm \sqrt{P_1} \,.\, \sqrt{P_2} \,.\, \sqrt{P_3} \,.\, \sqrt{P_4}$$

zatem pierwszy czynnik z drugiéj strony zrównania 12. będzie zerem przy stósownym obiorze znaków dla $\sqrt{P_1}$, $\sqrt{P_2}$, $\sqrt{P_3}$, $\sqrt{P_4}$; że zaś wyraz

$$\frac{4\,W^2}{W_d^4}(F_{ab}^2 - F_a F_b)(F_{ac}^2 - F_a F_c)(F_{bc}^2 - F_b F_c)$$

jest oznaczony co do znaku, zatem w iloczynie $\sqrt{P_1}.\sqrt{P_2}.\sqrt{P_3}.\sqrt{P_4}$ trzy pierwsze czynniki można opatrzeć dowolnymi znakami, czwarty zaś czynnik takim znakiem, aby było:

$$\frac{4W^2}{W_d^4}(F_{ab}^2 - F_a F_b)(F_{ac}^2 - F_a F_c)(F_{bc}^2 - F_b F_c) + \sqrt{P_1} \,.\, \sqrt{P_2} \,.\, \sqrt{P_3} \,.\, \sqrt{P_4} = 0$$

Kombinacyj możliwych jest więc ośm.

Jeżeli przynajmniéj jeden z wyrazów $F_{ab}^2 - F_a F_b$, $F_{ac}^2 - F_a F_c$, $F_{bc}^2 - F_b$, F_c jest równy zero, wtedy $F_v - t^2$ równa się identycznie zero. W przypadku tym możemy z każdéj pary $p' p''$, $q' q''$, $r' r''$, $s' s''$ wziąść dowolny przekrój, a do téj czwórki przekrojó w styczny przekrój będzie dany przez zrównania 10 i 11.

Przyjmijmy teraz, że $W_d = 0$.

Ze zrównania 4. dostaniemy wtedy:

$$\rho = F_u = 0,\quad F_{du} = \text{ilości dowolnéj}$$

tudzież

$$\frac{F_{du}}{\rho} = \frac{W - W_a F_a - W_b F_b - W_c F_c - 2\,W_{ab}\sqrt{F_a}\sqrt{F_b} - 2\,W_{ac}\sqrt{F_a}\sqrt{F_c} - 2\,W_{bc}\sqrt{F_b}\sqrt{F_c}}{2\left(W_{ad}\sqrt{F_a} + W_{bd}\sqrt{F_b} + W_{cd}\sqrt{F_c}\right)}$$

Dla pierwszéj wartości odpowiadający przekrój, jest płaszczyzną styczną w punkcie przecięcia się trzech danych płaszczyzn a, b, c

tj. w punkcie ξ, co jest oczywistem. Zresztą można to okazać i w ten sposób:

$$\begin{aligned}\alpha &= \varepsilon\, W_{ad}\\ \beta &= \varepsilon\, W_{bd}\\ \gamma &= \varepsilon\, W_{cd}\\ \delta &= o\end{aligned}$$

skąd

$$u_i = a_i\, W_{ad} + b_i\, W_{bd} + c_i\, W_{cd}$$

zatem

$$u_\xi = W_{ad}\, a_\xi + W_{bd}\, b_\xi + W_{cd}\, c_\xi$$

a że:

$$a_\xi = a_1\,(abc)_{234} - a_2\,(abc)_{134} + a_3\,(abc)_{124} - a_4\,(abc)_{123} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4\\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4\\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4\\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4\end{vmatrix} = o$$

tudzież

$$b_\xi = o \text{ i } c_\xi = o,$$

zatem

$$u_\xi = o$$

a więc płaszczyzna u przechodzi przez punkt przecięcia się trzech danych płaszczyzn a, b, c.

Weźmy teraz wartość drugą i połóżmy:

$$\frac{W - W_a F_a - W_b F_b - W_c F_c - 2 W_{ab} \sqrt{F_a}\sqrt{F_b} - 2 W_{ac} \sqrt{F_a}\sqrt{F_c} - 2 W_{bc}\sqrt{F_b}\sqrt{F_c}}{2\left(W_{ad}\sqrt{F_a} + W_{bd}\sqrt{F_b} + W_{cd}\sqrt{F_c}\right)} = Q_1$$

tedy będzie:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\rho}{W}\left(W_a \sqrt{F_a} + W_{ab}\sqrt{F_b} + W_{ac}\sqrt{F_c} + W_{ad}\, Q_1\right)\\ \beta &= \frac{\rho}{W}\left(W_{ab}\sqrt{F_a} + W_b\sqrt{F_b} + W_{bc}\sqrt{F_c} + W_{bd}\, Q_1\right)\\ \gamma &= \frac{\rho}{W}\left(W_{ac}\sqrt{F_a} + W_{bc}\sqrt{F_c} + W_c\sqrt{F_c} + W_{cd}\, Q_1\right)\\ \delta &= \frac{\rho}{W}\left(W_{ad}\sqrt{F_a} + W_{bd}\sqrt{F_b} + W_{cd}\sqrt{F_c}\right)\end{aligned}$$

skąd nazywając

$$\begin{aligned} a_i W_a + b_i W_{ab} + c_i W_{ac} + d_i W_{ad} &= k_i \\ a_i W_{ab} + b_i W_b + c_i W_{bc} + d_i W_{bd} &= l_i \\ a_i W_{ac} + b_i W_{bc} + c_i W_c + d_i W_{cd} &= m_i \\ a_i W_{ad} + b_i W_{bd} + c_i W_{cd} \qquad &= n_i \end{aligned}$$

otrzymamy

$$u_i = k_i \sqrt{F_a} + l_i \sqrt{F_b} + m_i \sqrt{F_c} + n_i Q_1$$

Pierwiastki $\sqrt{F_a}$, $\sqrt{F_b}$, $\sqrt{F_c}$ mogą być wzięte ze znakiem $\pm$; otrzymamy zatem cztery następujące przekroje. styczne do trzech danych a, b, c. mianowicie:

$$\begin{aligned} p_i &= k_i \sqrt{F_a} + l_i \sqrt{F_b} + m_i \sqrt{F_c} + n_i Q_1 \\ q_i &= -k_i \sqrt{F_a} + l_i \sqrt{F_b} + m_i \sqrt{F_c} + n_i Q_2 \\ r_i &= k_i \sqrt{F_a} - l_i \sqrt{F_b} + m_i \sqrt{F_c} + n_i Q_3 \\ s_i &= k_i \sqrt{F_a} + l_i \sqrt{F_b} - m_i \sqrt{F_c} + n_i Q_4 \end{aligned}$$

Tu oznacza:

$$Q_2 = \frac{W - W_a F_a - W_b F_b - W_c F_c + 2 W_{ab} \sqrt{F_a} \sqrt{F_b} + 2 W_{ac} \sqrt{F_a} \sqrt{F_c} - 2 W_{bc} \sqrt{F_b} \sqrt{F_c}}{2 \left(-W_{ad} \sqrt{F_a} + W_{bd} \sqrt{F_b} + W_{cd} \sqrt{F_c} \right)}$$

$$Q_3 = \frac{W - W_a F_a - W_b F_b - W_c F_c + 2 W_{ab} \sqrt{F_a} \sqrt{F_b} - 2 W_{ac} \sqrt{F_a} \sqrt{F_c} + 2 W_{bc} \sqrt{F_b} \sqrt{F_c}}{2 \left(W_{ad} \sqrt{F_a} - W_{bd} \sqrt{F_b} + W_{cd} \sqrt{F_c} \right)}$$

$$Q_4 = \frac{W - W_a F_a - W_b F_b - W_c F_c - 2 W_{ab} \sqrt{F_a} \sqrt{F_b} + 2 W_{ac} \sqrt{F_a} \sqrt{F_c} + 2 W_{bc} \sqrt{F_b} \sqrt{F_c}}{2 \left(W_{ad} \sqrt{F_a} + W_{bd} \sqrt{F_b} - W_{cd} \sqrt{F_c} \right)}$$

Ponieważ

$$W_{ad} \sqrt{F_a} + W_{bd} \sqrt{F_b} + W_{cd} \sqrt{F_c} =$$

$$= \sqrt{2W \left(F_{ab} - \sqrt{F_a} \sqrt{F_b} \right) \left(F_{ac} - \sqrt{F_a} \sqrt{F_c} \right) \left(F_{bc} - \sqrt{F_b} \sqrt{F_c} \right)} = M_1$$

$$= W_{ad} \sqrt{F_a} + W_{bd} \sqrt{F_b} + W_{cd} \sqrt{F_c} =$$

$$= \sqrt{2W \left(F_{ab} + \sqrt{F_a} \sqrt{F_b} \right) \left(F_{ac} + \sqrt{F_a} \sqrt{F_c} \right) \left(F_{bc} - \sqrt{F_b} \sqrt{F_c} \right)} = M_2$$

$$W_{ad}\sqrt{F_a} - W_{bd}\sqrt{F_b} + W_{cd}\sqrt{F_c} =$$
$$=\sqrt{2W\left(F_{ab}+\sqrt{F_a}\sqrt{F_b}\right)\left(F_{ac}-\sqrt{F_a}\sqrt{F_c}\right)\left(F_{bc}+\sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\right)} = M_3$$

$$W_{ad}\sqrt{F_a} + W_{bd}\sqrt{F_b} - W_{cd}\sqrt{F_c} =$$
$$=\sqrt{2W\left(F_{ab}-\sqrt{F_a}\sqrt{F_b}\right)\left(F_{ac}+\sqrt{F_a}\sqrt{F_c}\right)\left(F_{bc}+\sqrt{F_b}\sqrt{F_c}\right)} = M_4$$

więc gdy

$$F_{ab}^2 - F_a F_b = o$$

wtedy dwie wartości na M będą równe zero. (Strony pierwsze ostatnich czterech zrównań oznaczono dla krótkości przez M_1, M_2, M_3, M_4). Dla tych wartości zrównanie 4. przejdzie na następujące:

$$(W_a F_a + \dots - W)\,\rho^2 = o$$

z którego otrzymamy

$$\rho = o \text{ czyli } F_u = o$$

W przypadku więc tym, jako przekroje styczne, otrzymamy punkt ξ sześciokrotnie liczony i dwa właściwe przekroje.

Równocześnie $F_{ab}^2 - F_a F_b$ i $F_{ac}^2 - F_a F_c$ zerem być nie mogą, bobyśmy wtedy otrzymali

$$W_d = F_a (F_b F_c - F_{bc}^2)$$

więc, ponieważ $W_d = o$, mielibyśmy $F_b F_c - F_{bc}^2 = o$, zatem byłoby $W_{ad} = o$ $W_{bd} = o$ $W_{cd} = o$, a więc i $W = o$, co przeciw założeniu.

Tu milcząco przyjęliśmy, że F_a nie $= o$.

Przyjmijmy teraz, że jeden z wyrazów F_a, F_b, F_c jest zerem, np. $F_a = o$.

Ponieważ proste ab i ac muszą być liniami stycznemi, więc będzie

$$F_{ab}^2 - F_a F_b = o \quad \text{i} \quad F_{ac}^2 - F_a F_c = o$$

skąd

$$F_{ab} = o \quad \text{i} \quad F_{ac} = o$$

zatem będzie:

$$M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = o.$$

W tym razie przekrój styczny przejdzie na punkt ξ ośmiokrotnie liczony.

Przykład I.

Powierzchnią krzywą niech będzie kula:

$$f_x = -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + x_4^2 =$$

a płaszczyznami przecinającemi tę kulę, płaszczyzny:

$$\begin{aligned} a_x &= 2x_1 + 3x_2 - 2x_x + x_4 = 0 \\ a_x &= -3x_1 + x_2 - 4x_x + x_4 = 0 \\ a_x &= x_1 + 3x_2 + 0x_x + x_4 = 0 \end{aligned}$$

Tu będzie:

$$\begin{aligned} & A = -1 \\ & F_u = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 - u_4^2 \\ & F_{uv} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 - u_4 v_4 \\ & F_a = 16,\ F_b = 25,\ F_c = 9 \\ & F_{bc} = -7,\ F_{ac} = -8,\ F_{ab} = 4 \\ & \xi_1 = (abc)_{234} = -16 \\ & \xi_2 = -(abc)_{134} = 12 \\ & \xi_3 = (abc)_{124} = 28 \\ & \xi_4 = -(abc)_{123} = 52 \\ & f_\xi = 1520 \\ & W_d = A^2 f_\xi = 1520. \end{aligned}$$

Płaszczyznę d przyjmijmy tak, by było:

$$F_{ad} = 0,\ F_{bd} = 0,\ F_{cd} = 0$$

wtedy będzie

$$d_1 = \frac{4i}{\sqrt{95}},\quad d_2 = -\frac{3i}{\sqrt{95}},\quad d_3 = -\frac{7i}{\sqrt{95}},\quad d_4 = \frac{13i}{\sqrt{95}}$$

$$W = W_d = 1520$$

$$W_{ad} = W_{bd} = W_{cd} = 0$$

$$k_i = \frac{1}{1520}(176\,a_i + 20\,b_i + 172\,c_i)$$

$$l_i = \frac{1}{1520}(20\,a_i + 80\,b_i + 80\,c_i)$$

$$m_i = \frac{1}{1520}(172\,a_i + 80\,b_i + 384\,c_i)$$

$$n_i = d_i$$

$$\sqrt{P_1} = \pm\, 2i \sqrt{\frac{220}{95}}$$

$$\sqrt{P_2} = \pm\, 2i \sqrt{\frac{66}{95}}$$

$$\sqrt{P_2} = \pm\, 2i \sqrt{\frac{120}{95}}$$

$$\sqrt{P_4} = +\, 2i \sqrt{\frac{16}{95}}$$

$$\dot{p}_x = (340 - 16\sqrt{220})x_1 + (-255+12\sqrt{220})x_2 + (-690+28\sqrt{220})x_3 + (535-52\sqrt{220})x_4 = 0$$

$$\ddot{p}_x = (340 + 16\sqrt{220})x_1 + (-255-12\sqrt{220})x_2 + (-690-28\sqrt{220})x_3 + (535+52\sqrt{220})x_4 = 0$$

$$\dot{q}_x = (-124-16\sqrt{66})x_1 + (-287-12\sqrt{66})x_2 + (-258+28\sqrt{66})x_3 + (167-52\sqrt{66})x_4 = 0$$

$$\ddot{q}_x = (-124+16\sqrt{66})x_1 + (-287-12\sqrt{66})x_2 + (-258-28\sqrt{66})x_3 + (167+52\sqrt{66})x_4 = 0$$

$$\dot{r}_x = (490 - 16\sqrt{220})x_1 + (-130+12\sqrt{120})x_2 + (-240+28\sqrt{120})x_3 + (310-52\sqrt{120})x_4 = 0$$

$$\ddot{r}_x = (490 + 16\sqrt{220})x_1 + (-130-12\sqrt{120})x_2 + (-240-28\sqrt{120})x_3 + (310+52\sqrt{120})x_4 = 0$$

$$\dot{s}_x = -90\,x_1 + 210\,x_2 - 80\,x_3 - 150\,x_4 = 0$$

$$\ddot{s}_x = 38\,x_1 + 114\,x_2 - 304\,x_3 + 266\,x_4 = 0$$

Przekroje $\dot{p}$, $\ddot{p}$, $\dot{q}$, $\ddot{q}$, $\dot{r}$, $\ddot{r}$, $\dot{s}$, $\ddot{s}$ są styczne do przekrojów a, b, c, gdyż są spełnione zrównania:

$$F^2_{a\dot{p}} - F_a F_{\dot{p}} = 0 \quad F^2_{a\ddot{p}} - F_a F_{\ddot{p}} = 0 \; \ldots\ldots \; F^2_{a\ddot{s}} - F_a F_{\ddot{s}} = 0$$

$$F^2_{b\dot{p}} - F_b F_{\dot{p}} = 0 \quad F^2_{b\ddot{p}} - F_b F_{\ddot{p}} = 0 \; \ldots\ldots \; F^2_{b\ddot{s}} - F_b F_{\ddot{s}} = 0$$

$$F^2_{c\dot{p}} - F_c F_{\dot{p}} = 0 \quad F^2_{c\ddot{p}} - F_c F_{\ddot{p}} = 0 \; \ldots\ldots \; F^2_{c\ddot{s}} - F_c F_{\ddot{s}} = 0$$

mianowicie jest:

$$F^2_{a\dot{p}} = F_a F_{\dot{p}} = F^2_{a\ddot{p}} = \ldots\ldots = F_a F_{\ddot{s}} = 577600$$

$$F^2_{b\dot{p}} - F_b F_{\dot{p}} = F^2_{b\ddot{p}} = \ldots\ldots = F_b F_{\ddot{s}} = 902500$$

$$F^2_{c\dot{p}} - F_c F_{\dot{p}} = F^2_{c\ddot{p}} = \ldots\ldots = F_c F_{\ddot{s}} = 324900$$

Te ośm przekrojów dadzą się ułożyć w 8 czwórek w ten sposób, że do każdej czwórki da się znaleść styczny przekrój.

Czwórka przekrojów tak musi być dobraną, by było:

$$\frac{4W_2}{W_d^4}(F^2_{ab} - F_a F_b)(F^2_{ac} - F_a F_c)(F^2_{bc} - F_b F_c) + 4\sqrt{P_1}\,.\,\sqrt{P_2}\,.\,\sqrt{P_3}\,.\,\sqrt{P_4} = 0$$

a że

$$\frac{4W^2}{W_d^4}(F_{ab}^2-F_aF_b)(F_{ac}^2-F_aF_c)(F_{bc}^2-F_bF_c)=\frac{4}{1520^2}(4-400)(64-144)(49-225)$$

jest liczbą odjemną, zatem iloczyn $\sqrt{P_1}\,.\,\sqrt{P_2}\,.\,\sqrt{P_3}\,.\,\sqrt{P_4}$ musi być dodatny.

Więc czwórki są następujące:

I	$p'\ q'\ r'\ s'$
II	$p'\ q'\ r''\ s''$
III	$p'\ q''\ r'\ s''$
IV	$p''\ q'\ r'\ s''$
V	$p'\ q''\ r''\ s'$
VI	$p''\ q'\ r''\ s'$
VII	$p''\ q''\ r'\ s'$
VIII	$p''\ q''\ r''\ s''$

Każda z tych czwórek ma styczny przekrój. Przekroje te są:

$$v_i^{I}=\frac{2i}{4\sqrt{95}}\left(\sqrt{220}-\sqrt{66}+\sqrt{120}+4\right)a_i+\frac{2i}{5\sqrt{95}}\left(\sqrt{220}+\sqrt{66}-\sqrt{120}+4\right)b_i+\frac{2i}{3\sqrt{95}}\left(\sqrt{220}+\sqrt{66}+\sqrt{120}-4\right)c_i-4\,d_i$$

$$v_i^{II}=\frac{2i}{4\sqrt{95}}\left(\sqrt{220}-\sqrt{66}-\sqrt{120}-4\right)a_i+\frac{2i}{5\sqrt{95}}\left(\sqrt{220}+\sqrt{66}+\sqrt{120}-4\right)b_i+\frac{2i}{3\sqrt{95}}\left(\sqrt{220}+\sqrt{66}-\sqrt{120}+4\right)c_i-4\,d_i$$

$$v_i^{III}=\frac{2i}{4\sqrt{95}}\left(\sqrt{220}+\sqrt{66}+\sqrt{120}-4\right)a_i+\frac{2i}{5\sqrt{95}}\left(\sqrt{220}-\sqrt{66}-\sqrt{120}-4\right)b_i+\frac{2i}{4\sqrt{95}}\left(\sqrt{220}-\sqrt{66}+\sqrt{120}+4\right)c_i-4\,d_i$$

$$v_i^{IV}=\frac{2i}{4\sqrt{95}}\left(-\sqrt{220}-\sqrt{66}+\sqrt{120}-4\right)a_i+\frac{2i}{5\sqrt{95}}\left\{-\sqrt{220}+\sqrt{66}-\sqrt{120}-4\right\}b_i+\frac{2i}{3\sqrt{95}}\left\{-\sqrt{220}+\sqrt{66}+\sqrt{120}+4\right\}c_i-4\,d_i$$

$$v_i^{V}=\frac{2i}{4\sqrt{95}}\left\{\sqrt{220}+\sqrt{66}-\sqrt{120}+4\right\}a_i+\frac{2i}{5\sqrt{95}}\left\{\sqrt{220}-\sqrt{66}+\sqrt{120}+4\right\}b_i+\frac{2i}{3\sqrt{95}}\left(\sqrt{220}-\sqrt{66}-\sqrt{120}-4\right)c_i-4\,d_i$$

$$v_i^{VI}=\frac{2i}{4\sqrt{95}}\left\{-\sqrt{220}-\sqrt{66}-\sqrt{120}+4\right\}a_i+\frac{2i}{5\sqrt{95}}\left\{-\sqrt{220}+\sqrt{66}+\sqrt{120}+4\right\}b_i+\frac{2i}{3\sqrt{95}}\left\{-\sqrt{220}+\sqrt{66}-\sqrt{120}-4\right\}c_i-4\,d_i$$

$$v_i^{VII}=\frac{2i}{4\sqrt{95}}\left\{-\sqrt{220}+\sqrt{66}+\sqrt{120}+4\right\}a_i+\frac{2i}{5\sqrt{95}}\left\{-\sqrt{220}-\sqrt{66}-\sqrt{120}+4\right\}b_i+\frac{2i}{3\sqrt{95}}\left\{-\sqrt{220}-\sqrt{66}+\sqrt{120}-4\right\}c_i-4\,d_i$$

$$v_i^{VIII}=\frac{2i}{4\sqrt{95}}\left(-\sqrt{220}+\sqrt{66}-\sqrt{120}-4\right)a_i+\frac{2i}{5\sqrt{95}}\left(-\sqrt{220}-\sqrt{66}-\sqrt{120}-\right.$$
$$\left.-4\right)b_i+\frac{2i}{3\sqrt{95}}\left(-\sqrt{220}-\sqrt{66}-\sqrt{120}+4\right)c_i-4\,d_i$$

Że przekroj v_i^I jest stycznym do przekrojów $p^{\cdot}\,q^{\cdot}\,r^{\cdot}\,s^{\cdot}$ łatwo sprawdzić, gdyż

$$v_x^I=\left(14\sqrt{220}-46\sqrt{66}+86\sqrt{120}-584\right)\cdot\frac{x_1}{30\sqrt{95}}+$$
$$+\left(-3\sqrt{220}-93\sqrt{66}-27\sqrt{120}+828\right)\cdot\frac{x_2}{30\sqrt{95}}+$$
$$+\left(-78\sqrt{220}-18\sqrt{66}+18\sqrt{120}+528\right)\cdot\frac{x_3}{30\sqrt{95}}+$$
$$+\left(47\sqrt{220}+17\sqrt{66}+23\sqrt{120}-1532\right)\cdot\frac{x_4}{30\sqrt{95}}$$

$$F_{v}^{I}=\frac{4}{95}\left(422-28\sqrt{30}+8\sqrt{55}-32\sqrt{66}\right)$$

$$F_{p}^{\cdot}=F_{q}^{\cdot}=F_{r}^{\cdot}=F_{s}^{\cdot}=36100=190^2$$

$$F_{v^{\cdot}p^{\cdot}}=-F_{v^{\cdot}q^{\cdot}}=-F_{v^{\cdot}r^{\cdot}}=-F_{v^{\cdot}s^{\cdot}}=-\frac{2i}{\sqrt{95}}\left(4+2\sqrt{30}-2\sqrt{55}+\sqrt{66}\right).190$$

$$F_{v^{\cdot}p^{\cdot}}^2=F_{v^{\cdot}q^{\cdot}}^2=F_{v^{\cdot}r^{\cdot}}^2=F_{v^{\cdot}s^{\cdot}}^2=\frac{4}{95}\left(422-28\sqrt{30}+8\sqrt{55}-32\sqrt{66}\right).190^2$$

$$t^2=\frac{4}{95}\left(422-28\sqrt{30}+8\sqrt{55}-32\sqrt{66}\right).\ 190^2$$

zatem

$$\begin{aligned}F_{v^{\cdot}p^{\cdot}}^2&=F_{v^{\cdot}}\cdot F_{p^{\cdot}}\\F_{v^{\cdot}q^{\cdot}}^2&=F_{v^{\cdot}}\cdot F_{q^{\cdot}}\\F_{v^{\cdot}r^{\cdot}}^2&=F_{v^{\cdot}}\cdot F_{r^{\cdot}}\\F_{v^{\cdot}s^{\cdot}}^2&=F_{v^{\cdot}}\cdot F_{s^{\cdot}}\\F_{v^{\cdot}}&=t^2\end{aligned}$$

Przykład II.

Powierzchnią krzywą niech będzie kula:

$$f_x=x_1^2+x_2^2+x_3^2-x_4^2=0$$

a płaszczyznami, przecinającemi tę kulę, płaszczyzny.

$$a_x = 1.x_1 + 0.x_2 + 0.x_3 + 0.x_4$$
$$b_x = 0.x_1 + 1.x_2 + 0.x_3 + 0.x_4$$
$$c_x = 3.x_1 + 4.x_x - 1.x_3 + 1.x_4$$

Tu będzie:

$$F_a = -1,\ F_b = -1,\ F_c = -25$$
$$F_{bc} = -4.\ F_{ac} = -3,\ F_{ab} = 0$$
$$\xi_1 = 0,\ \xi_2 = 0,\ \xi_3 = 1,\ \xi_4 = 1$$
$$W_d = 0.$$

Płaszczyznę d przyjmijmy tak, by było:

$$F_{ad} = 1,\ F_{bd} = 1,\ F_{cd} = 1,\ F_d = 0.$$

Ze zrównań tych otrzymamy:

$$d_1 = -1,\ d_2 = -1,\ d_3 = -\frac{17}{6},\ d_4 = -\frac{19}{6}.$$

Następnie mamy:

$$W_a = 18,\ W_b = 20,\ W_c = 2$$
$$W_{ab} = -18,\ W_{ac} = 0,\ W_{ad} = -18,\ W_{bc} = -2,\ W_{bd} = -24,\ W_{cd} = 6$$
$$W = -36$$

$$Q_1 = -\frac{i}{6},\ Q_2 = -\frac{17i}{12},\ Q_3 = -\frac{3i}{2},\ Q_4 = \frac{i}{4}$$

$$k_i = 18a_i - 18b_i - 18d_i$$
$$l_i = -18a_i + 20b_i - 2c_i - 24d_i$$
$$m_i = -2b_i + 2c_i + 6d_i$$
$$n_i = -18a_i - 24b_i + 6c_i$$

$$p_x = 4x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4$$
$$q_x = -8x_1 + 8x_2 - 15x_3 - 17x_4$$
$$r_x = 12x_1 - 12x_2 - 35x_3 - 37x_4$$
$$s_x = 24x_1 + 24x_2 + 14x_3 + 145x_4$$

Przekroje p, q, r, s są styczne do przekrojów a, b, c, gdyż jest:

$$F^2_{ap} = F_a F_p = 16,\ F^2_{bp} = F_b F_p = 16,\ F^2_{cp} = F_c F_p = 400$$
$$F^2_{aq} = F_a F_q = 64,\ F^2_{bq} = F_b F_q = 64,\ F^2_{cq} = F_c F_q = 1600$$
$$F^2_{ar} = F_a F_r = 144,\ F^2_{br} = F_b F_r = 144,\ F^2_{cr} = F_c F_r = 3600$$
$$F^2_{as} = F_a F_s = 576,\ F^2_{bs} = F_b F_s = 576,\ F^2_{cs} = F_c F_s = 14400$$

Prócz tych czterech przekrojów, jest jeszcze punkt poczwórnie liczony, otrzymany z przecięcia się danej kuli z płaszczyzną: $u_i = a_i W_{ad} + b_i W_{bd} + c_i W_{cd}$, tj. z płaszczyzną:

$$u_x = 0.x_1 + 0.x_2 + x_3 - x_4 = 0$$

Płaszczyzna ta jest płaszczyzną styczną kuli w punkcie ξ.

I.

GRONO NAUCZYCIELI

z końcem roku szkolnego.

Grono

L. p.	NAZWISKO	Przedmioty nauki	Ilość godzin tyg.
1	**Dr. Hugo Zathey** c. k. Dyrektor. Expert Komisyi naukowej c. k. Rady Szkolnej Krajowej, członek Komisyi hist.-literackiej krak. Akademii Umiej.: członek honorowy Tow. Goethego w Frankfurcie n. M. ul. Karmelicka 7.	Język polski w V.	3
2	**Leon Dembowski** c. k. Profesor (VIII. ranga). Mały rynek 4,	Rysunki odręczne: w IV. a. IV. b. V. i VII. Kaligrafia: w III. a. i III. b.	20
3	**Dr. Jan Walczak** c. k. Profesor zawiadowca gabinetu fizykalnego. ul. Kolejowa 5.	Matematyka w I. a. i I. b. Fizyka: w III. a. III. b. i IV.	17
4	**Aloizy Szarłowski** c. k. Profesor gospodarz kl. V. Expert komisyi naukowej c. k. Rady Szkoln. Kraj., członek komisyi historycznej Akad. Um. ul. Krowoderska 40.	Geografia: w V. VI. i VII. Historya: w III. a III. b IV. V. VI. VII.	18
5	**Karol Kunz** c. k. Profesor zawiadowca gabinetu chemicznego. ul. Krowoderska 47.	Chemia w IV. V. VI i VII. Historya natur. w I. a. II. a i II. b.	20
6	**Czesław Odrowąż Pieniążek** c. k. Profesor ul. Kanonicza 16.	na urlopie.	—
7	**Edward Medwecki** c. k. Profesor ul. św. Marka 2.	przydzielony do c. k. wyższej szkoły przemysłowej	—
8	**Leon Piccard** c. k. Profesor gospodarz klasy II. b, Expert komisyi naukowej c. k. Rady Szk. Kraj. członek komisyi egzaminacyjnej dla nauczycieli szkół ludowych. ul. św. Jana 13.	Rysunki odręczne: II. a. II. b. III. a. III. b. i VI.	20
9	**Mieczysław Zaleski** c. k. Profesor gospodarz kl. IV. zawiadowca biblioteki, Expert Komisyi naukowej c. k. Rady Szk. Kraj., członek komisyi egzaminacyjnej dla aspirantów na jednorocznych ochotników zaprzysiężony tłómacz sądowy dla języka niemieckiego i francuskiego. ul. Sienna 12.	Język niemiecki: w IV. VI. VII. Geografia w I. b.	16
10	**Franciszek Jeziorski** c. k. Profesor gospodarz klasy VI. ul. Krupnicza 6.	Matematyka w III. a. V. i VI. Fizyka w VI. Geometrya wykr. w V.	21

nauczycieli.

L. p.	NAZWISKO	Przedmioty nauki	Ilość godzin tyg.
11	**Czesław Tomaszewicz** c. k. Profesor zawiadowca gabinetu historyi naturalnej, zaprzysięgły znawca pisma. Wielopole 8.	Historya naturalna w I. b. V. i VII. Geometrya w I. a. i III. a. Kaligrafia w I. a. i III. a.	20
12	**Ks. Eustachy Skrochowski** c. k. Profesor Docent Uniwersytetu Jagiellońskiego, członek komisyi hist. sztuki krak. Akademii Umiej., członek korespondent komisyi konserwatorskiej we Wiedniu. ul. Batorego 20.	Religia we wszystkich klasach Geometrya wykr. w klasie VII.	23
13	**Jan Bidziński** egzaminowany zastępca nauczyciela, gospodarz klasy VII. zawiadowca gabinetu rysunków geometr. ul. Szlak 15.	Matematyka w II. a. II. b. IV. i VII. Fizyka w VII. Geometrya w IV. a. IV. b.	24
14	**Robert Klemensiewicz** egzaminowany zastępca nauczyciela, gospodarz klasy II. a. ul. Łazienna 5.	Język polski w II.a. Geografia w I. a. II. a. II. b. III.a III.b. i IV. Historya w II. a. i II. b.	18
15	**Onufry Geciow** egzaminowany zastępca nauczyciela, gospodarz klasy I. a. c. k. starszy porucznik obr. kraj. nauczyciel stenografii w tut. zakł. i w gimn. św. Jacka. hotel Victoria.	Język niemiecki w I.a. III.b. i V. Kaligrafia w II. b.	18
16	**Franciszek Tondera** egzaminowany zastępca nauczyciela, gospodarz klasy III. b. członek Komisyi fizyograficznej krak. Akademii Umiejętności. ul. św. Marka 8.	Matematyka w III. b. Historya naturalna w VI. Geometrya w I. b. II. a. II. b. III. b. i VI.	24
17	**Piotr Niebieszczański** zastępca nauczyciela, gospodarz klasy I. b. ul. Dietla 77.	Język polski w I. b. II. b. i III. b. Język niemiecki w I. b. Kaligrafia w I. b.	18
18	**August Jasiński** zastępca nauczyciela, gospodarz kl. III. a. ul. Jabłonowskich.	Język niemiecki w II.a. II.b. i III.a.	17
19	**Wojciech Grzegorzewicz** zastępca nauczyciela, Rynek kleparski 7.	Język polski w I. a. III. a. IV. VI. i VII.	16
20	**Józef Bogacki** asystent do nauki rysunków odręcznych. ul. Krowoderska 122.		

Nauczyciele przedmiotów nadobowiązkowych.

L. p.	NAZWISKO	Przedmiot nauki	Ilość godzin tyg.
1	**Aloizy Szarłowski** c. k. Profesor j. w.	Historya kraju rodzinnego w III. a. III. b. VI. i VII.	4
2	Towarzystwo gimnastyczne **„Sokół“** (kierujący nauczyciel Aleksander Tyszecki) ul. Wolska.	Gimnastyka we wszystkich klasach w 3 oddziałach.	6
3	**Paweł Rongier** bachelier ès-lettres Uniwersytetu paryskiego były profesor w szkole Albert-le-Grand w Arcueil. ul. Gertrudy 8.	Język francuski w 3 oddziałach w klasie III. — VII.	6
4	**Józef Sierosławski** nauczyciel muzyki ul. Długa 32.	Śpiew we wszystkich klasach.	4
5	**Onufry Geciow** j. w.	Stenografia w kl. IV. — VII.	2
6	**Jerzy Gabryś** proboszcz ewangielicki. ul. Grodzka.	Religia wyznania augsburgskiego we wszystkich klasach.	—

Deputacya miejska
dla c. k. wyższéj szkoły realnéj.

Przewodniczący:

Dr. Adam Asnyk Radca miasta Krakowa, poseł na Sejm krajowy etc.

Członkowie:

Dr. Hugo Zathey, Dyrektor c. k. wyższéj szkoły realnéj.
Dr. Ludwik Wiszniewski, lekarz, Radca miasta Krakowa.
Karol Zaremba, Architekt, Radca miasta Krakowa.
Dr. Jan Walczak,, profesor c. k. wyższéj szkoły realnéj.
Mieczysław Zaleski, profesor c. k wyższej szkoły realnéj.

Służba szkolna:

Szczepan Jabłoński, tercyan.
Józef Jodłowski. pomocnik.

II.

Plan nauk.

Przedmioty obowiązkowe.

KLASA I. A. B.

Gospodarze: pp. Geciow, Niebieszczański.

Religia. 2 godziny tygodniowo. Zasady nauki wiary i obyczajów. Książka używana: Szuster: Nauka wiary, tłóm. Zieliński.

Język polski 4 godziny tygodniowo. Z gramatyki: W 1. półroczu elementarne powtórzenie odmiany imienia i słowa; w 2. półroczu systematyczna nauka odmiany imienia. Ze składni systematyczna nauka o zdaniu pojedyńczem, tak prostem jak rozwiniętem, z czasem przygodna nauka niektórych rodzajów zdania złożonego; w związku z tem poznanie najważniejszych znaków pisarskich. Ćwiczenia ortograficzne czyli dyktaty systematycznie ułożone, a obejmujące najważniejsze zasady i prawidła pisowni. Czytanie wzorów według wypisów. Deklamacya. Uczenie się na pamięć i należyte wygłaszanie zawartych w wypisach, a poprzednio objaśnionych piękniejszych utworów poetycznych, niekiedy ustępów prozaicznych. Wypracowania stylistyczne. W 1. półroczu wyłącznie dyktaty, w 2. naprzemian ćwiczenia ortograficzne i wypracowania stylistyczne-szkolne; pod koniec roku czasem zadanie domowe. Krótkie opowiadania i łatwiejsze opisy, w szkole za nauczycielem przez uczniów powtórzone.

Język niemiecki 6 godzin tygodniowo. Uczono form imion i czasownika praktycznie przy tłómaczeniu przykładów z niemieckiego na polskie i odwrotnie. Uczenie się na pamięć ustępów prozaicznych celem zbierania zasobu wyrazów. Co tydzień półgodzinne extemporale lub dyktat. Książka: Ćwiczenia niemieckie Germana i Petelenza.

Geografia. 3 godziny tygodniowo. Pojęcia wstępne z geografii fizycznej i matematycznej, oro- i hydrografia wszystkich części świata. Książka: Benoni i Tatomir, Geografia Atlas Haardta.

Arytmetyka. 4 godziny tygodniowo. Cztery działania liczbami całkowitemi i dziesiętnemi, mianowanemi i niemianowanemi; fortele rachunkowe i skrócenia; podzielność liczb; wynajdywanie najmniejszej wspólnej wielokrotnej i największej wspólnej miary; ułamki zwyczajne. Książka: Zajączkowski, Arytmetyka. Część I.

Historya naturalna. 3 godziny tygodniowo. Zoologia. Książka: Zoologia Dra Nowickiego dla klas niższych.

Geometrya i rysunki geometryczne. 4 godziny tygodniowo. O punktach, liniach, kątach trójkątach, czworo- i wielobokach; mierzenie, dodawanie i odejmowanie linij prostych i kątów; rysowanie tych ilości przestrzennych z uwzględnieniem ich wielkości i położenia z wolnej ręki; rysowanie z modeli drutowych i gipsowych, tudzież z ornamentów płaskich.

Kaligrafia. 2 godziny tygodniowo. Pismo zwyczajne polskie i niemieckie według wzorów Greinera.

KLASA II. A. B.

Gospodarze: pp. Klemensiewicz, Piccard.

Religia. 2 godziny tygodniowo. Historya starego testamentu z uwzględnieniem chronologii i geografii. Książka: Historya biblijna Dąbrowskiego. I, część.

Język polski. Z gramatyki: Systematyczna nauka odmiany czasownika z podziałem na klasy i gromady. Elementarna nauka o zdaniu złożonem w najogólniejszym zarysie. Ćwiczenia ortograficzne czyli dyktaty jak w kl. I. — ale tylko w miarę potrzeby. Czytanie wzorów według wypisów jak w kl. I. Deklamacya — jak w kl. I. Wypracowania stylistyczne 3 na miesiąc na przemian domowe i szkolne. Opowiadania i opisy np. z historyi starożytnej, z nauk przyrodniczych lub z nauki geografii, kilkakrotnie za nauczycielem w szkole powtórzone.

Język niemiecki. 6 godzin tygodniowo. Powtórzenie i uzupełnienie nauki o formach; uczenie się na pamięć i zadania jak w kl. I. na podstawie Ćwiczeń Germana i Petelenza na II. klasę.

Historya. 1 godzina tygodniowo. Przegląd ważniejszych wypadków z historyi starożytnej Książka Weltera, tłom. Sawczyński, I. tom.

Geografia. 2 godziny tygodniowo. Szczegółowa geografia Azyi, Afryki, krajów Europy południowej i zachodniej. Książka: Geografia powszechna Baranowskiego i Dziedzickiego 3 wydanie.

Arytmetyka. 3 godziny tygodniowo. Powtórzono przedmiot klasy poprzedzającej; austryackie miary, wagi i monety; stosunki i proporcye; reguła trzech pojedyncza i złożona, praktyka włoska; rachunek procentu prostego w stosowaniu do rachunków kupieckich, rachunek terminu; reguła spółki, łańcuchowa, przeciętna i mięszaniny. Książka jak w kl. I. Co 14 dni zadanie szkolne.

Historya naturalna. 3 godziny tygodniowo. W I. półroczu: Mineralogia, według książki Łomnickiego; w II. półroczu Botanika, według książki Huckla.

Geometrya i rysunki geometryczne. 4 godziny tygodniowo. Krótkie powtórzenie przedmiotu klasy I. Przystawianie i podobieństwo trójkątów; o liniach krzywych: kole, elipsie, hyperboli i paraboli. Względności zachodzące między liniami prostemi a płaszczyznami w przestrzeni, kąt bryłowy trójścienny, bryły geometryczne. Rysunek obejmował graficzne tych przedmiotów przedstawienie za pomocą przyrządów.

Rysunki odręczne. 4 godziny tygodniowo. Rysowano figury geometryczne i płaskie ornamenta z wzorów rysowanych na tablicy.

Kaligrafia. 2 godziny tygodniowo. W I. półroczu pisano na linii pojedynczej, w II. półroczu rond francuski.

KLASA III.

Gospodarze: pp. Jasiński, Tondera.

Religia. 2 godziny tygodniowo. Historya życia Chrystusa i historya apostolska z uwzględnieniem chronologii i geografii. Książka: Historya biblijna Dąbrowskiego. I część.

Język polski. 3 godziny tygodniowo. Z gramatyki: Systematyczna nauka składni rządu i systematyczna nauka o zdaniu złożonem (z wyjątkiem okresu) i składni imiesłowowej. Nieodmienne części mowy. Powtórzenie prawideł pisowni i interpunkcyi. Czytanie wzorów według wypisów. Czytanie, objaśnianie i zdawanie sprawy jak w kl. I. i II. Przy czytaniu dłuższych ustępów prozaicznych ciągły wzgląd na związek myśli i układ całości. — Od tej klasy począwszy, krótkie wiadomości o życiu i zasługach tych pisarzy, z których dzieł właśnie poznano wyjątki. Deklamacya jak w klasie I. Wypracowania stylistyczne, co dwa tygodnie, naprzemian domowe i szkolne. Tematów dostarcza bądźto czytanie wzorów, bądźteż nauka innych przedmiotów, wchodzących w zakres tej klasy; przeważnie streszczenia rzeczy w szkole poznanych,

Język niemiecki. 5 godzin tygodniowo. Powtórzenie i uzupełnienie nauki o formach, szczególnie o zaimkach, przymiotnikach i liczebnikach. Składnia szyku, zgody i co najważniejsze ze składni rządu. Książka gram. jak w kl. II. W zastosowaniu tej nauki rozbierano i tłómaczono z niemieckiego na polskie i odwrotnie z Wypisów Hamerskiego dla III. klasy 2 wydanie. Opowiadanie i deklamacya ustępów proz. niem. Co 10 dni zadanie domowe lub szkolne.

Historya. 2 godziny tygodniowo. Dzieje wieków średnich z szczególném uwzględnieniem historyi austryackiej polskiej podług Weltera t. II. tłom. Sawczyński.

Geografia. 2 godziny tygodniowo. Kraje Europy środkowej i północnej, Ameryka i Australia. Książka, jak w II. klasie.

Arytmetyka. 4 godziny tygodniowo. Powtórzenie i uzupełnienie materyału naukowego zklas poprzednich. Układ metryczny; rachunek monet, papierów wartościowych, nauka o wekslach. Cztery działania liczbami algebraicznemi, podnoszenie liczb do drugiej i trzeciej potęgi, wyciąganie drugiego i trzeciego pierwiastka. Książka: Zajączkowski, część II. Co 14 dni zadanie szkolne.

Fizyka. 3 godziny tygodniowo. Ogólne i szczególne własności ciał, o cieple, magnetyzmie i elektryczności, podług Soleskiego fizyki dla niższych klas.

Geometrya i rysunki geometryczne. 3 godziny tygodniowo. Powtórzenie i uzupełnienie materyału naukowego z klasy II. Konstrukcyjna stereometrya i polegające na tej nauce praktyczne ćwiczenia. Zapoznanie z gatunkami farb i ćwiczenia w nakładaniu.

Rysunki odręczne. 4 godziny tygodniowo. W I. półroczu: Ornamenta greckie ze stósownem objaśnieniem podług wzorów rysowanych na tablicy; w II. półroczu podług wzorów lekko podcieniowanych w powiększonym formacie.

Kaligrafia. 2 godziny tygodniowo. W I. półroczu pismo gotyckie, klockowe i fraktura. w II. półroczu pisma ozdobne wszelkiego gatunku.

KLASA IV.

Gospodarz: p. Zaleski.

Religia. 2 godziny tygodniowo. Objaśnienie ważniejszych obrzędów kościelnych z uwzględnieniem ich powodu i czasu zaprowadzenia. Książka: Liturgika Jachimowskiego.

Język polski. 3 godziny tygodniowo. Z gramatyki: Systematyczna nauka składni w obrębie czasownika. O okresie. Najważniejsze rzeczy z etymologii. Uwydatnienie bogactwa języka przez zestawienie wyrazów, pochodzeniem lub znaczeniem pokrewnych. Pogląd na cały materyał gramatyczny. Czytanie wzorów według wypisów — jak w kl. III. z szczególnem zawsze zwracaniem uwagi na układ całości czyli dyspozycyą czytanych ustępów. Deklamacya jak w kl. I. Wypracowania stylistyczne, jak w kl. III. Stopniowe streszczanie ustępów coraz trudniejszych, niekiedy w formie listu.

Język niemiecki. 5 godzin tygodniowo. Składnia rządu i zgody; skracanie i rozwijanie zdań; o czasach i trybach, mowa prosta i uboczna; nauka o przyimkach i spójnikach na podstawie gramatyki jak w I. kl. Naukę tę, przy ciągłem powtarzaniu materyału naukowego klas poprzednich, podawano przy czytaniu wypisów niemieckich Hamerskiego dla VI. kl. Tłómaczono ustępy z wypisów polskich. Opowiadano czytane ustępy i uczono się ich na pamięć. Ćwiczenia piśmienne jak w kl. III. W II półroczu styl praktyczny.

Historya. 2 godziny tygodniowo. Dzieje nowożytne z szczególnem uwzględnieniem historyi austryackiej i polskiej podług Weltera-Sawczyńskiego, t. III.

Geografia. 2 godziny tygodniowo. Geografia i statystyka monarchii austro-węgierskiej Książka, jak w II. klasie.

Arytmetyka. 3 godziny tygodniowo. Powtórzenie i uzupełnienie przedmiotu z klas poprzednich. Cztery działania liczbami algebraicznemi; największa wspólna miara i naj-

mniejsza wspólna wielokrotna, ułamki zwyczajne, potęgowanie i pierwiastkowanie, zrównanie pierwszego stopnia z jedną i dwiema niewiadomemi. Książka i zadania jak w klasie III.

Fizyka. 3 godziny tygodniowo. Mechanika, hydrostatyka, aerostotyka, akustyka, optyka i promieniste ciepło, według książki Soleskiego, jak w III. klasie.

Chemia. 4 godziny tygodniowo. Przegląd najważniejszych pierwiastków i ich połączeń na podstawie doświadczeń; sposoby fabryczne otrzymania ważniejszych przetworów chemicznych i ich zastosowanie.

Geometrya i rysunki geometryczne. 3 godziny tygodniowo. Powtórzono w krótkości materyał naukowy z klas poprzednich, obliczanie powierzchni figur płaskich, powierzchnie i objętości brył, rozwiązując przytem rozmaite praktyczne zagadnienia. — Zmiana i podział figur i konstrukcya linij krzywych. Zastosowanie najważniejszych zasad geometrycznych do praktycznego miernictwa. Rzuty ortogonalne punktu i linii na dwie współrzędne płaszczyzny. Wykonywano odpowiednie tej nauce rysunki geometryczne, mianowicie plany sytuacyjne, tak piórem jak i farbami.

Rysunki odręczne. 4 godziny tygodniowo. Ornamenta cieniowane ołówkiem, kredką i wyciąganie piórem; początki rysunku ornamentalnego według wzorów gipsowych.

KLASA V.

Gospodarz: p. Szarłowski.

Religia. 2 godziny tygodniowo. Półrocze I.: Źródła wiary katolickiej i nauki obyczajów w historycznem przedstawieniu. Półrocze II.: Katolicka nauka wiary. Książka Dra Antoniego Waaplera, tłom. Jędrzej Świsterski.

Język polski. 3 godziny tygodniowo. Czytanie wzorów. Poznanie (na podstawie wypisów) zwyklejszych tropów i figur, rozmaitych rodzajów stylu, jakoteż najważniejszych gatunków prozy i poezyi. Nauka ta, zbierająca i uzupełniająca wiadomości, już w poprzednich latach przygodnie przez uczniów nabyta, przysposabiać ma do czytania z pożytkiem ważniejszych arcydzieł literatury narodowéj. Wiadomości historyczno-literackie o odnośnych pisarzach — jak w kl. III. Deklamacya jak w kl. I. Wypracowania stylistyczne, co trzy tygodnie, naprzemian domowe i szkolne. Opowiadania i opisy. Należyte ćwiczenie w układaniu całości bądźto przy sposobności rozbioru czytanych w szkole wzorów, bądź też przy zadawaniu i omawianiu wypracowań stylistycznych lub przy następnem ocenianiu ich w szkole.

Język niemiecki. 5 godzin tygodniowo. Powtarzanie ciągłe wszystkich działów gramatyki przy sposobności lektury z wypisów niemieckich Harwota I. części. Zasady poetyki i stylistyki. Rozmowa na podstawie czytanych ustępów, opowiadanie i uczenie się ich na pamięć. Co dwa tygodnie zadanie domowe, co miesiąc szkolne. Lektura prywatna.

Historya. 3 godziny tygodniowo. Historya starożytna według książki Gindelego, tłomaczył Markiewicz, wyd. 2.

Geografia. 1 godzina tygodniowo. Geografia Azyi, Afryki i państw południowej Europy, z uwzględnieniem stosunków handlowych i przemysłowych, podług książki jak w II. kl.

Matematyka. 5 godzin tygodniowo. Algebra: System liczbowy, pojęcie różnych operacyj rachunkowych i ilości, cztery działania, podzielność liczb; ułamki; proporcye. Potęgowanie, pierwiastkowanie, ilości urojone, logarytmy, zrównania kwadratowe. Z Geometryi Planimetrya. — Podręcznik Mocnika-Bodyńskiego dla klas wyższych. Geometrya: Mocnik-Stanecki. Co 14 dni ćwiczenia szkolne.

Historya naturalna. 3 godziny tygodniowo. W półroczu I.: Główne zasady anatomii i fizyologii; w półroczu II.: Szczegółowa zoologia w zakresie podanym w książce Nowickiego: Zoologia dla klas wyższych.

Chemia. 3 godziny tygodniowo. W półroczu I.: Wiadomości wstępne, mianowicie rodnia, drobiny, atomowości, pochodzenie i znaczenie wzorów rodniowo-drobinowych ściągniętych i rozwiniętych; podział pierwiastków na metaloidy i metale. W półroczu II.: dalszy ciąg o metaloidach, o własnościach fizycznych i chemicznych metali; metale; gromady potasowców, wapniowców, glinowców. Podręcznik Rosco'ego, tłom. Nawratil-Sokołowski.

Geometrya wykreślna. 3 godziny tygodniowo. Rzuty punktu i prostej na trzy płaszczyzny rzutów, ślady płaszczyzn, obroty, kłady, z rozwiązaniem licznych odpowiednich zagadnień analitycznych. Rzuty płaskościanów, przekroje tychże płaszczyzną, oznaczenie przekroju w siatkach. Punkta przebicia prostej z płaskościanami. Zmiana płaszczyzn rzutów z uwzględnieniem punktu i prostej. Książka: Łazarskiego Geometrya wykreślna.

Rysunki odręczne. 4 godziny tygodniowo. Ornamenta cieniowane podług wzorów Juliena, Carrota, Billordeau'a; głowy podług Kriehubera, Taubingera, Jeliena i Bosse'a. Używano tuszu i sepii przy ornamentach jak i przy architektonicznych przedmiotach; wreszcie rysowano podług modeli gipsowych.

KLASA VI.

Gospodarz: p. Jeziorski.

Religia. 2 godziny tygodniowo Etyka katolicka, podług książki Martina, tłómaczył Solecki.

Język polski. 3 godziny tygodniowo. Czytanie arcydzieł literatury narodowej od połowy w. XVI. do wystąpienia Brodzińskiego i Mickiewicza, w wyjątkach według wypisów, niekiedy w całości. Historya literatury (na podstawie lub przy sposobności czytanych wyjątków) od początku aż do wystąpienia Brodzińskiego i Mickiewicza. Deklamacya jak w klasie V. Wypracowania stylistyczne, co trzy tygodnie, przeważnie domowe. Rozprawki treści historycznej lub też oparte na nauce szkolnej we wszystkich przedmiotach.

Język niemiecki. 4 godziny tygodniowo. Czytanie i objaśnianie formy i treści utworów prozaicznych i poetycznych według Wypisów Harwota I. i II. tom. Rozszerzenie i uzupełnienie zasad poetyki i stylistyki.

Historya. 3 godziny tygodniowo. Historya wieków średnich na podstawie Gindelego II. tom. tłom. Markiewicz, ze szczególnem uwzględnieniem historyi austryackiej i polskiej.

Geografia. 1 godzina tygodniowo. Dokładniejszy opis krajów Europy z wyjątkiem Hiszpanii, Włoch, Turcyi i Austryi; książka jak w II. klasie.

Matematyka. 5 godzin tygodniowo. Powtórzenie logarytmów i równań. Równania wyższego stopnia, które na zrównania II. stopnia sprowadzić można, ułamki ciągłe, równania nieoznaczone, szeregi arytm. i geometr., z zastosowaniem do procentu składanego i obliczenia renty; kombinacye, twierdzenie Newtona, trygonometrya, stereometrya i zasady trygonometryi sferycznej. Co 14 dni zadanie szkolne. Podręcznik jak w kl. V.

Fizyka. 4 godziny tygodniowo. Ogólne własności ciał. Mechanika ogólna. Działanie sił molekularnych. Mechanika ciał stałych, cieczy i gazów. Ruch falowy. Ciepło. Podręcznik Soleskiego.

Historya naturalna. 2 godziny tygodniowo. W półroczu I.: Anatomia, fizyologia, morfologia roślin; w półroczu II. systematyka. — Podręcznik: Botanika Billa, tłóm. Łomnicki.

Chemia. 2 godziny tygodniowo. Metale ciężkie, ich otrzymanie i zastosowanie. Z chemii organicznej: wiadomości wstępne, alkohole i kwasy jednoatomowe, tudzież należące tu aldehydy i etery. — Podręcznik Roscoe'go tłom. Nawratil-Sokołowski.

Geometrya wykreślna. 3 godziny tygodniowo. Przenikanie się wielościanów, rozwiązanie naroża trójściennego. Szczegółowy rozbiór powierzchni rozwijalnych, obrotowych drugiego rzędu i powierzchni wichrowatych; przekroje tychże powierzchni płaszczyzną i punkty przebicia się z prostą, prowadzenie linij i płaszczyzn stycznych i przenikanie

się tychże powierzchni. Zmiana płaszczyzn rzutów. Nauka konstrukcyi cieniów. — Książka Wierzbickiego.

Rysunki odręczne. 4 godziny tygodniowo. Głowy i całe postacie podług wzorów Taubingera, Juliena, Kriehubera i Bosse'a; ornamenta ze wzorów Carrota i Billordeaux. — Używano sepii i farb do przedmiotów technicznych i architektonicznych; wreszcie rysowano podług modeli gipsowych.

KLASA VII.

Gospodarz: p. Bidziński.

Religia. 2 godziny tygodniowowo. Historya kościelna według książki Robitscha, tłómaczył Jachimowski.

Język polski. 3 godziny tygodniowo. Czytanie arcydzieł literatury narodowej wieku XIX. od wystąpienia Brodzińskiego i Mickiewicza w dłuższych wyjątkach według wypisów lub w całości. Deklamacya jak w kl. V. Ćwiczenia ustne. Wypracowania stylistyczne co miesiąc. przeważnie domowe. Tematy w I. półroczu jak w klasie VI.; nadto na podstawie nauki języka ojczystego: czasem charakterystyki główniejszych osób w utworach; w II. półroczu także wyjaśnienia lub rozbiory głębszych zdań i przysłów lub mniejszych utworów w całości.

Język niemiecki. 4 godziny tygodniowo. Objaśniano utwory najcelniejszych poetów, z poglądem na historyą literatury począwszy od Klopstocka. Jako podręcznik do lektury i tłómaczenia służyły Wypisy niemieckie Harwota II. tom. Co 14 dni ćwiczenia piśmienne.

Geografia. 1 godzina tygodniowo. Geografia i statystyka monarchii austryacko-węgierskiej ze szczególnem uwzględnieniem stosunków handlowo-przemysłowych; książka, jak w II. klasie i Dra Szaraniewicza Opis monarchii austryacko-węgierskiej.

Historya. 3 godziny tygodniowo. Historya nowsza od odkrycia Ameryki z uwzględnieniem dziejów monarchii austryackiej i historyi polskiej. Podręcznik: Gindelego III. tom tłómaczył Markiewicz

Matematyka. 5 godzin tygodniowo Zrównanie stopnia trzeciego, zasady rachunku prawdopodobieństwa w zastosowaniu do ubezpieczenia na życie. O szeregach stopnia wyższego, włącznie problemat interpolacyjny, o zbieżności i rozbieżności szeregów. Zastosowanie trygonometryi sferycznej do zadań stereometryi, w szczególności do sferycznej astronomii; analityczna geometrya płaska i powtórzenie przedmiotu klasy V. i VI. Co 14 dni zadanie szkolne.

Fizyka. 4 godziny tygodniowo. Akustyka, optyka, ciepło promieniste, elektryczność magnetyzm. Główne zasady z geografii matematycznéj i fizycznej, meteorologii i astronomii. Podręcznik Soleskiego.

Historya naturalna. 3 godziny tygodniowo. W półroczu I: Krystalografia i mineralogia w półroczu II.: geognozya i geologia. Książka: Mineralogia Łomnickiego.

Chemia. 2 godziny tygodniowo. Dalszy ciąg chemii organicznej, mianowicie: alkohole i kwasy rodni dwu- i trójatomowych, związki aromatyczne. cukry, barwiki, połączenia sinu, alkaloidy, ciała białkowate i powtórzenie przedmiotu z kl, V. i VI. Podręcznik jak w kl. V.

Geometrya wykreślna. 3 godziny tygodniowo. Konstrukcya cienia własnego i cienia rzuconego powierzchni obrotowych i brył złożonych. Nauka konstrukcyi obrazów perspektywicznych za pomocą metody przeźrocza i perspektywy wolnej przedmiotów technicznych. Powtórzenie przedmiotu wziętego w klasie V. i VI.

Rysunki odręczne. 4 godziny tygodniowo. Rysunek form ornamentalnych z zakresu architektury według wzorów gipsowych i głowy z antyku.

III.

WYKAZ KSIĄŻEK SZKOLNYCH

w zakładzie używanych.

III. Wykaz książek szkolnych

Klasa	Religia	Język polski	Język niemiecki	Geografia	Historya
I.	Schuster Zieliński Nauka wiary	Gramatyka Małeckiego wyd. 4. Wypisy polskie tom I.	German-Petelenz Ćwiczenia niemieckie dla klasy I.	Benoni-Tatomir wyd 3. Atlas Haardta.	—
II.	Dąbrowski. Dzieje starego zakonu	Gramatyka jak w klasie I. Wypisy polskie tom II. najnowsze wyd.	German-Petelenz, Ćwiczenia niemieckie dla II. klasy	Baranowski i Dziedzicki wyd. 3.	Welter-Sawczyński tom I. wydanie 5.
III.	Dąbrowski, Dzieje nowego zakonu	Gramatyka jak w klasie I. Wypisy polskie tom III wydanie 5.	Schober-German. Gramatyka, Wypisy German-Petelenz.	jak w kl. II.	Welter-Sawczyński, tom II.
IV.	Jachimowski Liturgika.	Gramatyka jak w klasie I. Wypisy polskie tom IV. wydanie 2.	Gramatyka jak w kl. III. Wypisy Hamerskiego wyd. 3.	jak w kl. II.	Welter-Sawczyński tom III.
V.	Wappler-Świsterski, Dogmatyka	Wypisy Fr. Próchnickiego.	Harwot. Deutsches-Lehr und Lesebuch I. tom.	jak w kl. II.	Gindeli-Markiewicz tom I. wydanie 2.
VI.	Martin-Solecki, Etyka.	Wypisy Mecherzyńskiego tom I.	W I. półroczu jak w kl. V. w II. półroczu Harwot Deutsches Lehr- und Lesebuch tom II.	jak w kl. II.	Gindeli-Markiewicz tom II.
VII.	Robitsch-Jachimowski. Historya kościelna.	Mecherzyński tom II,	jak w II. półr. kl. VI.	Statystyka Szaraniewicza wyd. 3.	Gindeli-Markiewicz tom III.

w zakładzie używanych.

Matematyka	Historya naturalna	Fizyka	Chemia	Geometrya wykreślna
Zajączkowski Początki arytmetyki wydanie 2.	Nowicki Zoologia wydanie 6. 1890 r.	—	—	Mocnik-Sternal. Geometrya.
jak w klasie I.	Łomnicki. Mineralogia. Hückel Botanika.	—	—	jak w klasie I.
Zajączkowski Arytmetyka na 3 i 4 klasę.	—	Soleski Fizyka dla niższych klas	—	jak w klasie I.
jak w klasie III.	—	jak w klasie III.	Rosco'e w tłómaczeniu Nawratila-Sokołowskiego	Mocnik-Bączalski Geometrya.
Mocnik-Bodyński Algebra. Mocnik-Stanecki Geometrya wydanie z r. 1889.	Nowicki Zoologia dla wyższych klas	—	jak w klasie IV.	Łazarski Geometrya wykreślna.
jak w klasie V.	Bill-Łomnicki Botanika.	Soleski, Fizyka dla wyższych klas.	jak w klasie IV.	jak w klasie V.
jak w klasie V.	Łomnicki Mineralogia.	jak w klasie VI.	jak w klasie IV.	jak w klasie V.

IV.

Tematy do wypracowań piśmiennych.

A. Zadania polskie.

KLASA V.

1. Wspomnienia wakacyjne.
2. Treść Pieśni o pułku Igora.
3. Treść przeczytanej w ostatnich czasach książki i uwagi nad nią.
4. Znamiona pieśni serbskich czytanych w szkole.
5. Jak obchodzimy święta Bożego Narodzenia w kościele i domu?
6. Na czem polega prawdziwa przyjaźń?
7. Skreślić obraz życia w starożytnych Atenach (na podstawie wykładów szkolnych).
8. Charakter Rymwida (w Grażynie).
9. Odysseus u Feaków. } (na podstawie lektury.)
10. Powitanie Odysseusa z ojcem } (na podstawie lektury.)
11. Znaczenie i sposób obchodzenie świąt Wielkanocnych.
12. Objaśnić zdanie Jana Kochanowskiego: »Trwalszy owoc dowcipu niż siły.«
13. Znaczenie trybunału w rozwoju wewnętrznym państwa rzymskiego.
14. »Wszystko pospołu umiera z człowiekiem.
    Lecz święta cnota, ta trwa wiecznym wiekiem.« M. Rey.

Dr. Zathey.

KLASA VI

1. Przyczyny upadku oświaty i literatury w Polsce w okresie panegirycznym.
2. Charakterystyka osoby Margiera.
3. »Powrót posła« Niemcewicza, jako obraz ówczesnego społeczeństwa
4. Porównanie Bolesława Wielkiego z Karolem Wielkim.
5. Złe przykłady psują dobre obyczaje.
6. Jakie przymioty powinien posiadać dworzanin? (podł. Górnickiego).
7. Charakterystyka Rymwida.
8. Ziarnko do ziarnka będzie miarka.
9. Pierwsze napady Tatarów na Ruś i Polskę.
10. Życie i żegluga.
11. Zasługi Stanisłswa Konarskiego.
12. Rozwinąć i uzasadnić myśl A. M. Fredry:
    »Kowal fortuny nie kuje,
    Sobie ją, kto chce, zbuduje«
13. Rozbiór satyry Krasickiego p. t. Marnotrawstwo.
14. Znaczenie morza śródziemnego w wiekach średnich.

KLASA VII.

1. Charakterystyka Cześnika i Rejenta w Zemście Fredry.
2. Tło historyczne w Maryi Stuart Słowackiego i w tragedyi Schillera tego samego tytułu.
3. Objaśnić i rozwinąć myśl zawartą w dwuwierszu Brodzińskiego:

   »Kto garstką ziemię znosi, góry się doczeka,
   Z kropli za kroplą z czasem wzbiera się rzeka.«
4. Charakterystyka Miecznika z Maryi Malczewskiego.
5. W czem byli Rzymianie wyżsi od Greków, a w czem ci ich przewyższali?
6. Rozwinąć i objaśnić myśl zawartą w wierszu Krasińskiego:

   »Młodość, mistrzu, jest rzeźbiarką,
   Co wykuwa żywot cały,
   Choć przeminie sama szparko,
   Cios jej dłuta wiecznotrwały.«
7. Skreślić postać Mohorta.
8. Charakterystyka Gerwazego.

W. Grzegorzewicz.

B. Zadania niemieckie.

KLASA V.

1. Man soll den Tag nie vor dem Abende loben.
2. Der Bedächtige und der Unentschlossene.
3. Siegfrieds Charakter.
4. Siegfrieds Tod.
5. Welche Abgaben zahlt der Mensch freiwillig an die Faulheit, Eitelkeit, und Thorheit?
6. Hagens Charakter.
7. Um schlecht zu leben, schwer zu sterben
   Sucht man sich Güter zu erwerben.

   Gellert.
8. Gudruns Befreiung.
9. Der Winter.
10. Parcivals Jugend und Eintritt ins Leben.
11. Von der Schmeichelei. Nach Seume.
12. Die Ursachen der Perserkriege
13. Der siebzigste Geburtstag. (Nach Voss).
14. Kleider machen Leute (nach W. Rabener).
15. Johann, der muntere Seifensieder (nach Hagedorn).
16. Die Horatier nnd Curiafier.
17. Ein Schmeichler lebt von dem, der ihn zu gerne hört.

    Hagedorn.

18. Was Hänschen versäumet, holt Hans nicht mehr ein.
Bürger.
19. Hüons Abenteuer (nach Wielands »Oberon« erstem Gesange).
20. Ein Studierender ladet seinen Freund zur Theilnahme an einer Reise während der Ferien ein (in Briefform).

O. Geciow.

KLASA VI.

1. »Der Ring des Polykrates.« Inhaltsangabe und Erklärung.
2. Attila und die Hunnen.
3. »Die Kraniche des Ibykus.« Referierende Inhaltsangabe. –
4. Die Theater der Griechen.
5. Charakteristik des Möros in Schillers »Bürgschaft.«
6. Die Vorfabel der »Minna von Barnhelm.«
7. »Der Taucher« von Schiller. Erzählende Inhaltsangabe.
8. Schilderung des Krönungsmahles zu Aachen. Nach Schillers »Graf von Habsburg.«
9. *a*) Der Major von Tellheim.
   b) Der Graf Appiani.
10. Der Mythus vom Raube der Persephone, erzählt und erklärt nach Schillers »Klage der Ceres.«
11. Oesterreichs Erhebung zum Herzogthum.
12. Der Feierabend. Nach Schillers «Lied von der Glocke.«
13. »Denn die Elemente hassen das Gebild der Menschenhand.«
14. *a*) Das Auge, der kostbarste Edelstein. Nach Schillers Räthsel.
    b) Die Fabel der »Räuber« von Schiller.
15. Wallensteins Lager, ein Bild das 30-jährigen Krieges.
16. Die verschiedene Stellung der beiden Piccolomini in Schillers gleichnamigem Drama.
17. *a*) Was bedeudet das Sprichwort »Ende gut, alles gut« ?
    b) »Wer etwas lernen will, der muss dazu drei Gaben,
    Von obenher, aus sich und auch von aussen haben:
    Die Fähigkeit, die Lust und die Gelegenheit.«

KLASA VII.

1. Die Exposition in Schillers »Wilhelm Tell.«
2. Der Strom, ein Bild des menschlichen Lebens.
3. *a*) Wie sucht Schiller in seinem Schauspiel »Wilhelm Tell« die That des Helden zu rechtfertigen?
   b) Arnold vom Melchthal.
4. Die Vorfabel der »Iphigenie auf Tauris.«
5. Die Vision des Orestes und ihre Bedeutung.

6. Goethes erste Erziehung und Jugendbildung. Nach »Dichtung und Wahrheit« I. — III.
7. Polens Antheil am dreissigjährigen Kriege.
8. Das Zeitalter Ludwigs XIV.
9. *a*) Die Bedeutung der Volksscene im ersten Act von Goethes »Egmont«
   b) Die Exposition der »Minna von Barnhelm«.
10. *a*) »Ans Vaterland, ans theure, schliess dich an!« Brief an einen Auswanderungslustigen.
   b) Goethes und Schillers Zusammenwirken.

M. Zaleski.

C. Egzamin dojrzałości.

Zadanie polskie:

Jakie przewroty w przemyśle i handlu wywołało zastósowanie pary elektryczności?.

Zadanie polsko-niemieckie:

Przełożyć na język niemiecki ustęp: »Królowa Jadwiga« przez E. Bogusławskiego. Z wzorów prozy Rymarkiewicza tom I. (str. 84 — 85).

Zadanie niemiecko-polskie:

Przełożyć na język polski z Goethego »Dichtung und Wahrheit« ks. IX. ustęp od »Ich war im Wirthshause zum Geist abgestiegen».... do »ruhig auf mich fortwirken.«

Zagadnienia matematyczne:

1. Rozłożyć ułamek $\frac{163}{154}$ na sumę trzech ułamków o mianownikach 2, 7, 11 i to w ten sposób, by suma dwóch pierwszych liczników, równała się trzeciemu licznikowi.

2. Osoba 54 letnia daje do banku ubezpieczeń 3500 złr., chcąc zapewnić sobie roczną dożywotnią, za rok poczynającą się rentę. Jak wielka ta renta będzie, licząc procent składany po $4^1/_2\,^0/_0$.

3 Obliczyć objętość piramidy prostej 10-bocznej, w której krawędź podstawowa = 5, a kąt nachylenia ściany bocznej z podstawą = $60^0\,40'\,15''$.

Zagadnienia z geometryi wykreślnej.

1. Daną jest prosta *L* na rzutni poziomej; wynaleść punkt α, w przestrzeni którego oddalenie od *L* równa się długości *d*, a od rzutni poziomej długości d_1.

2. Wyznaczyć cień rzucony stożka prostego opartego wierzchołkiem o rzutnię poziomą.

3. Narysować perspektywę kwadratowej płyty według metody przeźrocza.

V.

Przedmioty nadobowiązkowe.

1. **Historya kraju rodzinnego** w 4 oddziałach po 1 godzinie tygodniowo. W nauce tego przedmiotu brali udział uczniowie klas III. IV. VI i VII. Książka: Dra A. Lewickiego Zarys historyi Polski. Remuneracya 220 złr.

2. **Język francuski** w 3 oddziałach po 2 godz. tygodniowo. Liczba uczniów w I. oddziale: 32 w II: 25 w III: 20 razem 77. Książka używana Gramatyka i Wypisy Świtkowskiego. Remuneracya 250 złr.

3. **Śpiew** w dwóch oddziałach po dwie godziny tygodniowo. Liczba uczniów 114. Remuneracya 180 złr.

4. **Gimnastyka** w 3 oddziałach po 2 godziny tygodniowo. Liczba uczniów: Oddział I.(kl. I.ab. II.ab) 153. Oddział II. (kl. III.ab. IV.) 102. Oddział III. (kl. V. VI. i VII.) 58. Razem 313. Remuneracya 250 złr.

5. **Stenografia**. Jeden oddział 2 godziny tygodniowo. Liczba uczniów (z klas IV. — VII.) 44. Remuneracya 100 złr.

VI.
ZAPISKI STATYSTYCZNE.

(Liczba dodana u góry oznacza prywatystów.)

	W KLASIE										Razem
	I.		II.		III.		IV.	V.	VI.	VII.	
	a.	b.	a.	b.	a.	b.					
1. Liczba uczniów.											
Z końcem roku szkolnego 1888/9	43	42	33	31	49	—	34^{1}	24	24	22	302^{3}
Z początkiem roku szkolnego 1889/90	44	41	44	38	28	32	52	30	32^{2}	20^{1}	361^{3}
W ciągu roku wystąpiło	1	—	2	6	5	2	1^{1}	1	—	0^{1}	18^{2}
Ogółem więc przyjęto	45	41	46	44	33	34	53^{1}	31	32^{2}	20^{2}	379^{5}
Między tymi przybyło nowych:											
a) z promocyą z niższej klasy	45	40	11	4	5	4	7^{1}	8	—	0^{2}	124^{3}
b) repetentów	—	1	—	3	—	—	—	—	5^{2}	—	9^{2}
Z tutejszego zakładu przyjęto:											
a) z promocyą niższej klasy	—	—	32	36	26	28	41	22	22	20	227
b) repetentów	—	—	3	1	2	2	5	1	5	—	19
W ciągu roku wystąpiło	9	7	7	4	1	5	4	5	1	3	46
Liczba uczn. z końcem r. szk. 1889/90	36	34	39	40	32	29	49^{1}	26	31^{2}	17^{2}	333^{5}
między tymi: *a*) publicznych	36	34	39	40	32	29	49	26	31	17	333
b) prywatnych	—	—	—	—	—	—	1	—	2	2	5
2. Miejsce urodzenia (kraj).											
W. Ks. Krakowskie	21	20	17	24	12	16	17	9	10	7^{1}	153^{2}
Galicya	9	10	14	11	11	6	15	7	14^{1}	3	100^{1}
Bukowina	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1
Morawy	—	—	—	—	1	1	—	—	1	—	3
Czechy	—	—	—	—	—	2	—	1	2	—	5
Austrya Dolna	—	—	—	—	—	—	3	—	—	0^{1}	3^{1}
Austrya Górna	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	2
Styrya	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
Vorarlberg	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	1
Węgry	—	—	1	—	—	1	—	—	1	1	4
Królestwo Polskie	2	3	4	3	7	1	7	5	2^{1}	3	37^{1}
Podole	1	—	—	2	—	—	1	—	—	—	4
Wołyń	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1
Litwa	—	—	—	—	—	—	1	—	—	2	3
Ukraina	—	—	1	—	—	1	—	1	—	—	3
Rosya	—	1	—	—	1	—	—	—	1	—	3
Besarabia	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1
W. Ks. Poznańskie	—	—	—	—	—	—	1	2	—	—	3
Szlask pruski	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
Szwajcarya	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	1
Francya	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1
Stany Zjednoczone półn. Ameryki	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1
Syrya	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1
Razem	36	34	39	40	32	29	49^{1}	26	31^{2}	17^{3}	333

W KLASIE

3. Narodowość.

	I. a.	I. b.	II. a.	II. b.	III. a.	III. b.	IV.	V.	VI.	VII.	Razem
Polaków	29	34	36	40	32	26	46^{1}	25	31^{2}	17^{2}	316^{5}
Rusinów	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1
Czechów	2	—	—	—	—	2	—	1	—	—	5
Niemców	5	—	3	—	—	1	2	—	—	—	11
Razem	36	34	39	40	32	29	49^{1}	26	31^{2}	17^{2}	333^{5}

4. Wyznanie

	I. a.	I. b.	II. a.	II. b.	III. a.	III. b.	IV.	V.	VI.	VII.	Razem
Obrządku rzymsko-katolickiego	26	28	31	33	29	24	41^{1}	24	25^{1}	15^{2}	276^{1}
„ grecko-katolickiego	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1
Ewang. wyzn. augsburgskiego	1	—	7	—	1	—	3	—	—	—	6
Mojżeszowego	9	6	1	7	2	5	4	2	6^{1}	2	50^{1}
Razem	36	34	39	40	32	29	49^{1}	26	31^{2}	17^{2}	333^{5}

5. Wiek uczniów.

	I. a.	I. b.	II. a.	II. b.	III. a.	III. b.	IV.	V.	VI.	VII.	Razem
10 lat maja	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
11 „ „	6	3	—	—	—	—	—	—	—	—	9
12 „ „	13	11	3	3	—	—	—	—	—	—	30
13 „ „	8	8	11	13	2	—	—	—	—	—	42
14 „ „	4	5	11	12	12	8	5^{1}	—	—	—	57^{1}
15 „ „	2	5	10	7	8	11	14	2	—	—	59
16 „ „	2	2	3	3	8	8	10	6	3^{1}	—	45^{1}
17 „ „	—	—	1	2	1	2	9	9	2	4	30
18 „ „	—	—	—	—	—	—	7	5	7	3	22
19 „ „	—	—	—	—	1	—	3	2	9^{1}	1	16^{1}
20 „ „	—	—	—	—	—	—	1	1	7	5	14
21 „ „	—	—	—	—	—	—	—	1	1	3	5
22 „ „	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	2
23 „ „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0^{1}	0^{1}
24 „ „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
35 „ „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0^{1}	0^{1}
Razem	36	34	39	40	32	29	49^{1}	26	31^{2}	17^{2}	333^{5}

	W KLASIE										Razem
	I.		II.		III.		IV	V.	VI.	VII.	
	a.	b.	a.	b.	a.	b.					
6. Według miejsca zamieszkania rodziców.											
Miejscowych	27	20	24	21	17	21	31[1]	9	16	11[1]	197[2]
Zamiejscowych	9	14	15	19	15	8	18	17	15[2]	6[1]	136[3]
Razem . .	36	34	39	40	32	29	49[1]	26	31[2]	17[2]	333[5]
7. Klasyfikacya.											
a) Z końcem r. szk. 1889/90.											
I. stopień z odznaczeniem	1	3	—	3	1	—	3	1	—	1	13
I. stopień	25	12	22	25	19	18	25	15	16	15[1]	192[1]
Do egzaminu poprawczego po wakacyach przeznaczono	6	6	6	6	9	6	8	8	12	1	68
II. stopień	2	1	6	2	2	2	8	2	3	—	28
III. stopień	2	12	4	4	1	3	5	—	—	—	31
Nie składało egzaminu	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	1
b) Dodatek do r. szk. 1888/9.											
Pozwolono poprawić egzamin po wakacyach	9	9	6	4	15	—	7	7	8	—	65
Złożyło egzamin	8	9	6	4	15	—	7	7	7	—	63
Nie złożyło egzaminu	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	2
Nie zgłosiło się	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Zatem ostateczny wynik klasyfikacyi z roku szkolnego 1888/9											
I. stopień z odznaczeniem	2	5	—	1	3	—	1	—	1	2	15
I. stopień	31	33	29	25	39	—	30	20	18	18	243
II. stopień	1	—	3	1	5	—	2	1	3	2	18
III. stopień	9	4	1	4	2	—	4	3	2	—	29
Nie klasyfikowano	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Razem . .	43	42	33	31	49	—	37	24	24	22	305

Klasyfikacya czterech prywatystów nastąpi dopiero 30 czerwca i nie mogła tu być wciągniętą.

8. Opłata szkolna.

I. półrocze.

Klasa	Liczba uczniów wpisanych	Liczba uczniów uwolnionych od całej opłaty	Liczba uczniów uwolnionych od połowy opłaty	Liczba uczniów którzy wystąpili przed zapłaceniem	Po 20 złr. płaciło:	Po 10 złr. płaciło:	Zapłacona kwota w złr.
I. A.	44	—	—	4	40	—	800
I. B.	41	—	—	1	40	—	800
II. A.	44	24	—	1	19	—	380
II. B.	43	28	—	1	14	—	280
III. A.	33	17	—	—	14	—	280
III. B.	32	21	1	1	9	1	190
IV.	52	24	—	—	28	—	560
V.	30	15	—	1	14	—	280
VI.	29	12	2	—	15	2	320
VII.	20	9	—	—	11	—	220
Prywatyści za II. półrocze 1888/9	3	—	—	—	3	—	60
Razem	371	152	3	9	207	3	4170

II. półrocze.

Klasa	Liczba uczniów wpisanych	Liczba uczniów uwolnionych od całej opłaty	Liczba uczniów uwolnionych od połowy opłaty	Liczba uczniów którzy wystąpili przed zapłaceniem	Po 20 złr. płaciło:	Po 10 złr. płaciło:	Zapłacona kwota w złr.
I. A.	45	19	—	8	18	—	360
I. B.	41	19	—	4	18	—	360
II. A.	46	22	—	7	17	—	340
II. B.	44	23	—	4	17	—	340
III. A.	33	17	—	—	16	—	320
III. B.	34	16	—	4	14	—	280
IV.	53	20	—	4	29	—	580
V.	31	13	—	4	14	—	280
VI.	32	16	1	1	14	1	290
VII.	20	11	—	2	7	—	120
Prywatyści za I. półrocze 1889/90.	6	—	—	—	6	—	120
Razem	385	176	1	38	170	1	3410

Opłata szkolna wynosiła ogółem:

W półroczu I. . . 4170 złr.
W półroczu II. . . 3410 złr.
Razem . . 7580 złr.

Taksy wstępne wynosiły . . . . 289 złr. 80 ct.
Datki na zbiory naukowe . . . . 384 „
Taksy za duplikaty świadectw . . . . . 23 „

9. Wykaz uczniów pobierających stypendya

L.	Imię i nazwisko ucznia	Klasa	Nazwa fundacyi	Kwota roczna zlr.	Kwota roczna ct.
1	Hochstimm Abraham	II. b.	Loevensteinowej	130	—
2	Sądel Wojciech	II. b.	Kaspra Zubowskiego	150	—
3	Sawiczewski Bolesław	III. a.	dto	150	—
4	Zieliński Aloizy	III. b.	dto	150	—
5	Janowski Bronisław	III. b.	Szczepana Humberta	120	—
6	Matakiewicz Maksymilian	IV.	Kaspra Zubowskiego	150	—
7	Melnyk Mikołaj	IV.	Sam. Głowińskiego	157	50
8	Grzybowski Feliks	V.	Józefa Dąbkowskiego	120	—
9	Taroni Ludwik	V.	Kaspra Zubowskiego	150	—
10	Wyporek Antoni	V.	Józefa Dąbkowskiego	120	—
11	Jordan Kazimierz	VI.	Andrzeja Żalchockiego	150	—
12	Müller Józef	VI.	Szczepana Humberta	120	—
13	Drobniak Franciszek	VII.	„Borkarne“	100	—
14	Mroczkowski Leon	VII.	Kaspra Zubowskiego	150	—
15	Olszewski Józef	VII.	dto	150	—
			Ogólna kwota stypendyów wynosiła zatem . .	2067	50

VII.

Pomoc koleżańska.

Dochód.

1. Zostało z przeszłego roku szkolnego 1888/9	183	złr.	43	ct.
2. Dobrowolne miesięczne datki uczniów	200	«	90	«
3. Wieczorek Mickiewiczowski	34	«	73	«
4. Jednorazowe datki szkolne	13	«	10	«
5. Sprzedane książki	4	«	—	«
6. Procent w Kasie Oszczędności	4	«	37	«
7. Inne datki pozaszkolne	34	«	19	«
Razem .	475	«	72	«

Rozchód.

1. Ubogim uczniom na opłatę szkolną			30	złr.	—	ct.
2. « « na odzież, pożywienie, rekwizyta, lekarstwa etc.			87	«	38	«
3. Książki szkolne do biblioteki i ich oprawa			92	«	34	«
4. Uczniowie byli winni	35 złr.	— ct.				
Pożyczono uczniom	127 «	— «				
Razem . .	162 złr.	— ct.				
Zwrot uczniów	76 «	– «				
Winni . .	86 złr.	— ct.	86	«	—	«
Razem			295	złr.	72	ct.
Dochód .			475	«	72	«
Zostało więc na rok przyszły			180	złr.	—	ct.
Uczniowie winni . . .			86	«	—	«
Razem . .			266	złr.	—	ct.

Biblioteka.

Z przeszłego roku szkolnego 1888/9 zostało książek szkolnych	exemp.	588
Kupiono za kwotę 50 złr. 34 ct. ct.	«	62
Otrzymano w darze	«	159
Razem .		809
Sprzedano książek bez wartości		43
Jest więc w bibliotece razem książek exemplarzy		766

Wszystkim łaskawym dawcom imieniem ubogiej młodzieży składa Zarząd Pomocy koleżańskiej serdeczne podziękowanie.

Dr. H. Zathey
przewodniczący.

Ks. Skrochowski
zawiadowca kasy.

Mieczysław Zaleski
członek zarządu.

VIII.

ZBIORY NAUKOWE.

Biblioteka.

A. Biblioteka nauczycieli.

W dziale	I. (Relig. filoz.)	było	w r. 1889	dzieł	37	przyb.	1	razem	jest	38
«	II. (Jęz. polski)	«	«	«	210	«	4	«	«	214
«	III. (Jęz. niem.)	«	«	«	50	«	4	«	«	54
«	IV. (Historya)	«	«	«	108	«	5	«	«	113
«	V. (Geografia)	«	«	«	148	«	6	«	«	154
«	VI. (Matematyka)	«	«	«	92	«	5	«	«	97
«	VII. (Fiz. i chem.)	«	«	«	81	«	1	«	«	82
«	VIII. (Hist. natur.)	«	«	«	64	«	1	«	«	65
«	IX. (Szt. i arch.)	«	«	«	33	«	3	«	«	36
«	X. (Szkolnictwo)	«	«	«	62	«	4	«	»	66
«	XI. (Podręczniki)	«	«	«	127	«	10	«	«	137
«	XII. (Słowniki)	«	«	«	18	«	1	«	«	19
		(3318 tomów)			1030	«	45	«	«	1075

Programów szkolnych posiada biblioteka: 2128.

Zakład prenumeruje następujące czasopisma:

1. Verordnungsblatt des k. k. Ministerium f. Cultus u. Unterricht.
2. Deutsche Rundschau.
3. Zeitschrift für das Realschulwesen.
4. Hoffmann, Zeitschrift für math. u. naturwiss. Unterricht.
5. Mittheilungen der k. k. geograph. Geselschaft.
6. Vierteljahrschrift für Literaturgeschichte.
7. Biblioteka Warszawska.
8. Przegląd polski.
9. Muzeum.
10. Wisła.
11. Kwartalnik historyczny.
12. Przewodnik bibiograficzny,

tudzież otrzymuje w darze od Wys. c. k. Ministerstwa Oświaty

13. Archaeologisch - epigraphische Mittheilungen.

B. Biblioteka dla młodzieży.

Dzieł	polskich	było	w r. 1889 459	przybyło	6	razem	465
«	niemiec.	«	« 510	«	30	«	540
«	francusk.	«	« 10	«	—	«	10
			979	«	36	«	1015

Wypożyczano książki z biblioteki dla młodzieży w I. półroczu dwa razy, w II. półroczu raz w tygodniu.

Klasa	Wypożyczono			Razem
	uczniom	dzieł polskich	dzieł niemieck.	
I. a.	39	329	32	361
I. b.	25	196	18	214
II. a.	33	318	57	375
II. b.	24	338	28	366
III. a.	25	352	51	403
III. b.	14	156	21	177
IV.	40	463	111	571
V.	21	152	79	231
VI.	21	120	27	147
VII.	15	95	29	124
Razem	257	2519	453	2972

M. Zaleski,
zawiadowca biblioteki.

Zbiór geograficzno-historyczny.

W roku szkolnym 1880/90 posiadał zakład:

1. Globów i przyrządów 2
2. Map ściennych . . . . , ... 93
3. Atlasów 5
4. Obrazów historycznych Józefa Hofmanna 5
5. « « Langla 41

A. Szarłowski,
zawiadowca zbiorów geogr. histor.

Gabinet historyi naturalnéj.

Stan gabinetu.

A) Okazy.

Zwierząt kręgowych	254
« członkonogich	2320
Mięczaków	869
Robaków, promieniaków i pierwoszczaków	125
Roślin zasuszonych	890
Minerałów, skał i skamielin	743

B) Preparata, szkielety, modele, tablice, atlasy, narzędzia.

Preparatów mikroskopowych	53
Szkieletów	11
Modeli anatomicznych z gipsu	11
« szklannych przedstawiających jamochłony	10
« kwiatów z masy papierowej	40
« krystalograficznych z drzewa	114
« drogich kamieni	54
Tablic botanicznych kolorowanych	21
Atlas botaniczny Szuberta	1
Atlas zoologiczny Lübena	1
Tablic zoologicznych Schreibera	15
Mikroskop Zeisa	1
Gablotek ściennych	10
Tablic Nitscha i Leuckarta	28
Modeli grzybów	170
« krystalograficznych ze szkła sztuk	19

Cz. Tomaszewicz.
zawiadowca gabin. hist. nat.

Gabinet fizykalny.

Liczył przyrządów 324 i narzędzi podręcznych 11.

Dr. Jan Walczak.
zawiadowca gabin. fizykalnego.

Gabinet chemii.

Posiada: Przyrządów	91
Naczyń przeróżnych	1060
Modeli fabryk	10
Minerałów	52
Przetworów chemicznych	556

Karol Kunz,
zawiadowca gabin. chemicznego

Gabinet rysunków geometrycznych.

Modeli drutowych	32
« drewnianych brył geometrycznych	19
« kartonowych	51
Aparat mierniczy	1
Narzędzi do rysowania na tablicy	7
Aparat do wyjaśnienia rzutów punktu	1
Dla praktycznych ćwiczeń pomiarowych różnych przyrządów drewnianych	88
Lineau celowy z lunetą	1
Pryzmat do wytyczenia kątów	1

J. Bidziński,
zawiadowca gabin. rys. geometr.

Gabinet rysunków odręcznych.

Wzorów do rysunku jest razem sztuk	1183
Gipsów	135
Modeli drewnianych	18

L. Dembowski,
zawiadowca gabin. rys. odr.

IX.

Egzamin dojrzałości.

a) We wrześniu 1889.

W tym terminie zgłosiło się do egzaminu 5 abituryentów tutejszego zakładu.

Wszyscy abituryenci otrzymali świadectwo dojrzałości, a mianowicie:

1. Bogdanowicz Władysław.
2. Radwański Czesław.
3. Riedel Teodor.
4. Theimer Henryk.
5. Gorski Tomasz.

Czteréj pierwsi abituryenci mieli pozwolenie poprawić egzamin z jednego przedmiotu, piątemu abituryentowi pozwolono składać cały egzamin ustny.

b) W terminie letnim 1890.

Zgłosiło się do egzaminu uczniów zwyczajnych	14
« « « « « prywatnych . . , ...	1
Razem . .	15
Z tych uznano za dojrzałych z odznaczeniem	1
Uznano za dojrzałych	12
Pozwolono poprawić egzamin z jednego przedmiotu	2
Razem . .	15

Dwóch abituryentów odstąpiło od egzaminu ustnego z powodu choroby

Wykaz abituryentów, którym przyznano świadectwo dojrzałości.

L. p.	Imię i nazwisko abituryenta	Kraj i miejsce urodzenia	Rok urodzenia	Religia	Narodowość	Uczęszczał do szkoły: W innym zakładzie lat	Uczęszczał do szkoły: tutaj lat	Wynik egzaminu	Przyszły zawód
1	Drobniak Franciszek	W. Ks. Krakows. Jaworzno	1870	rzym. katol.	polska	—	7	dojrz. z odzn.	górnictwo
2	Jaszczurowski Tadeusz	Galicya Rzeszów	1871	„	„	5	4	dojrzały	inżynierya
3	Makowski Edmund	Król. Polskie Czarnocin	1870	„	„	2	5	„	„
4	Małachowski Stanisław	Kraków	1873	„	„	2½	2½	„	wojskowość
5	Mroczkowski Leon	Kraków	1872	„	„	—	7	„	inżynierya
6	Olszewski Józef	Kraków	1869	„	„	—	7	„	praktyczny
7	Schulz Antoni	Węgry Oedenburg	1873	„	„	—	7	„	wojskowość
8	Streit Gustaw	Kraków	1870	„	„	1½	3	„	praktyczny
9	Wallach Zygmunt	Galicya Iwonicz	1870	mojżeszow.	„	—	3	„	„
10	Wierszyłowski Mieczysław	Litwa Łużki	1869	rzym. katol.	„	—	6½	„	architektura
11	Rheina-Wolbeck Andrzej	Litwa Jeziernica	1872	„	„	1½	6	„	wojskowość
12	Żeleński Stanisław	Król. Polskie Warszawa	1873	„	„	3	3	„	architektura
13	Potocki hr. Karol (pryw.)	Niższa Austrya Wiedeń	1867	„	„	—	—	„	agronomia

X.

Kronika zakładu.

Rok 1890.

I.

1. Jego Ces. i Król. Apost. Mość Najwyższem postanowieniem z d. 30. czerwca 1889 r. raczył najmiłościwiej zamianować c. k. profesora III. państwowego gimnazyum w Krakowie Dra **Hugona Zatheya** Dyrektorem państwowej wyższej szkoły realnej w Krakowie (Reskr. Wys. Minist. Wyzn. i Ośw. z d. 1 lipca 1889 L. 13536 i Wys. Prezydyum Rady szk. kraj. z d. 10, lipca 1889 L. 636. Pr.)

Nowo mianowany Dyrektor złożył służbową przysięgę i objął d. 24. sierpnia 1889 urzędowanie w tutejszéj szkole, w któréj przez lat jedenaście (1872—1883) był profesorem.

W gronie nauczycielskiém zaszły w bieżącym roku szkolnym następujące zmiany?

2. Zast. naucz. **Józef Zagrodzki** przeniesiony do c. k. gimnazyum w Przemyślu, a zast. naucz. c. k. gimnazyum w Nowym Sączu **Witold Barewicz** do tutejszéj szkoły (Rskr. 22 lipca 1889 L. 11275).

3. Profesor Dr. Med. **Walery Jaworski** mianowany nadzw. profesorem Uniwersytetu Jagiellońskiego (resk. W. Minist. W. i O. z d. 19. sierpnia 1889 L. 16717) opuścił tutejszą szkołę, w której pracował przez długie lata jako profesor chemii i oświadczył gotowość udzielania pomocy lekarskiej wszystkim ubogim uczniom, co Dyrekcya z wdzięczności zapisuje.

4. Z powodu przybycia drugiego oddziału trzeciéj klasy egzaminowany zast. naucz. c. k. gimnazyum w Nowym Sączu **Onufry Geciow** przeniesiony do naszego zakładu rozp. W. R. S. Kr. z d. 10 września 1889 L. 15443 objął natychmiast obowiązki nauczycielskie zwyczajne, a nadto naukę stenografii, której w ostatnich kilku latach nie było (W. R. S. Kr. z dnia 25 września 1889 L. 16178).

5. Na przedstawienie i wniosek Dyrekcyi poruczyła Wys. c. k. Rada szkolna krajowa naukę gimnastyki Towarzystwu gimnastycznemu **„Sokół“** (egzaminowany nauczyciel kierujący Aleksander Tyszecki Drd Med.), rozp. z d. 16 września 1889 L. 15775 naukę języka francuskiego **Pawłowi Rongierowi** rozp. W. Minist. W. O. z d. 21 października 1889 L. 21088 (Rskr. 28 października L. 19963).

6. Zast. naucz. **Witold Barewicz** przeniesiony z początkiem drugiego półrocza do c. k. gimnazyum w Rzeszowie, a zast. naucz. c. k. gimnazyum Ś. Jacka w Krakowie **Piotr Niebieszczański** do naszéj szkoły (Rskr. 24. stycznia 1890 L. 1301).

7. Prof. **Czesław Pieniążek** zachorował w listopadzie i na podstawie reskryptu Wys. Minist. W. i O. z d. 5 marca 1890 L. 2430 otrzymał urlop do końca roku szkolnego. Zastępował go kandydat nauczycielski **Wojciech Grzegorzewicz** mianowany zastępcą nauczyciela Wys. rozp. z d. 2 stycznia 1890 L. 1322. P. Grzegorzewicz złożył przysięgę służbową d. 7 lutego 1890 w ręce Dyrektora w obecności prof. Leona Piccarda i zast. naucz. Jana Bidzińskiego.

8. Opróżnioną po prof. Jaworskim posadę profesora chemii otrzymał prof. c. k. gimnazyum realnego w Brodach **Karol Kunz** (Reskr. W. Minist. 20 stycznia 1890 L. 627) i objął obowiązki d. 23 marca. Zastępca nauczyciela tego przedmiotu **Stanisław Alberti** mianowany chemikiem miasta Krakowa opuścił równocześnie tutejszą szkołę.

9. Zasłużony profesor, bibliotekarz i w ostatnim roku szkolnym zastępca Dyrektora tutejszéj szkoły Dr. **Ludomił German** Najwyższém postanowieniem z d. 21 marca 1890 mianowany c. k. krajowym Inspektorem szkół średnich.

10. Profesor **Edward Medwecki** przydzielony prowizorycznie do służby w tutejszéj państwowéj szkole przemysłowéj reskr. W. Minist. 21 lutego 1890 L. 1327 opuścił zakład 31 marca; lekcye jego rozdzielono między kilku członków grona. W przyszłym roku szkolnym obejmie naukę geometryi wykreślnéj prof. c. k. szkoły średniéj w Jarosławiu **Edmund Grzębski** na podstawie reskr. W. Minist. W. i O. z d. 10 marca 1890 L. 3816.

11. Profesor **Leon Dembowski** otrzymał ósmę rangę służbową na mocy reskr. W. Minist. z d. 22 kwietnia 1890 L. 6800.

12. Profesorowie **Alojzy Szarłowski i Leon Piccard** mianowani zostali expertami Komisyi naukowej c. k. Rady Szkolnéj Krajowéj (14 kwietnia 1890 L. 5082).

II.

Dnia 3 września o 4 godzinie rano zatrzymał się Najjaśniejszy Pan w przejeździe do Galicyi na dworcu krakowskim przez pół godziny, przyjmowany przez reprezentacye wszystkich Władz i warstw ludności. Dyrektor naszego Zakładu w towarzystwie najstarszych profesorów był na dworcu obecnym.

Dnia 4 października i 19 listopada jako dni Imienin Najjaśniejszych Państwa obchodziła Szkoła uroczystemi nabożeństwami, po których odśpiewano hymn ludowy.

Dnia 5 maja odbyło się nabożeństwo żałobne za spokój duszy ś. p. Najj. Cesarzowej Maryi Anny, a dnia 28 czerwca odprawi się takież nabożeństwo za ś. p. Najj. Cesarza Ferdynanda I.

III.

Rok szkolny rozpoczął się uroczystem nabożeństwem d. 3 września.

Egzamin wstępny do klasy I. odbywał się 1 i 2 września, takiż egzamin do klas wyższych dnia 30 i 31 sierpnia.

Egzamin dojrzałości (poprawczy) odbył się dnia 23 września pod przewodnictwem JW. i Inspektora szkół średnich Dra **Zygmunta Samolewicza**.

Piśmienny egzamin dojrzałości trwał od 12 do 17 maja, ustny zaś pod przewodnictwem JW. Inspektora szkół średnich Dra Ludomiła Germana od 27 do 30 maja.

D. 30 maja po południu nastąpiło uroczyste rozdanie świadectw dojrzałości wszystkim abituryentom w obecności całego grona nauczycieli i delegatów wszystkich klas wybranych przez Dyrektora. Przed rozdaniem świadectw przemówili do młodzieży c. k. Inspektor Dr. **German** i c. k. Dyrektor Dr. **Zathey**, poczem podziękował w imieniu abituryntów Franciszek Drobniak.

Dnia 30 listopada odbył się staraniem uczniów VII klasy wieczorek ku uczczeniu nieśmiertelnej pamięci **Adama Mickiewicza**, na którym przemówił do młodzieży Dyrektor Zakładu.

Młodzież przystępowała trzy razy w ciągu roku do ŚŚ. Sakramentów Pokuty i Ołtarza.

Zakończenie roku szkolnego i rozdanie świadectw nastąpi w zwykłym terminie.

IV.

Jego Excellencya c. k. Radca Tajny i Namiestnik Galicyi Dr. **Kazimierz hr. Badeni** zaszczycił Zakład odwiedzinami dnia 12 maja i zabawił w nim przez 3 godziny. JE. zwiedził bibliotekę i gabinety i był w towarzystwie Dyrektora na następujących lekcyach: Historya powszechna w kl. V (p. Szarłowski). Język niemiecki w V (p. Geciow) i VI (p. Zaleski). Jęzek polski w VI (p. Grzegorzewicz). Geometrya w IVa (p. Bidziński). Rysunki odręczne w IVb (p. Dembowski) i w IIa (p. Piccard). Nadto przeglądał rysunki abituryentów.

JW. Inspektor Dr. **Samolewicz** odwiedzał Zakład kilkakrotnie, był obecny na egzaminie wstępnym do kl. I i odbywał lustracyę szkoły z początkiem drugiego półrocza.

XI.

Ważniejsze rozporządzenia władz szkolnych z r. 1889/90.

1. Wys. c. k. Rada szkolna kraj. okólnikiem z dnia 16 lipca 1889 L. 10443 poleca książkę p. t. «Deutsche Sprach — und Sprechlehre. Praktyka języka niemieckiego wobec mowy polskiej. Część synomiczna» przez Teodora Stahlbergera, bibliotekom szkół średnich.
2. Wys. c. k. Rada szkol. kraj. okólnikiem z dnia 18 lipca 1889 L. 11630 zalicza książkę p. t. «L. German i K. Petelenz, ćwiczenia niemieckie dla kl. II szkół średnich Lwów.» do użytku szkoln. w szkołach średnich.
3. Wyz. c k. Min. Wyzn. i Ośw. rozp. z dnia 22 czerwca 188) L. 11917 postanawia, że ci uczniowie kl. VII szkoły realnéj, którzy w 2giém półroczu otrzymali stopień drugi lub trzeci, dopiero po upływie roku mogą być przypuszczeni do egzaminu dojrzałości.
4. Wys. c. k. Rada szkolna kraj. okólnikiem z dnia 19 września 1889 L. 14348 zalicza książkę p. t. «K. Benoniego i L. Tatomira krótki rys geografii do użytku szkolnego. Wydanie IV. opracował Dr. Karol Benoni. We Lwowie 1889» w poczet książek szkolnych.
5. Wys. c k. Rada szkolna kraj. okólnikiem z dnia 25 września 1889 L. 13946 zalicza książkę p. t. «Zasady geometryi wykreślnéj» przez Dr. Mieczysława Łazarskiego. We Lwowie 1889. w poczet książek szkolnych.
6. Wys. c. k. Rada szkolna kraj. okólnikiem z dnia 19 października 1889 L. 18882 rozporządza, że egzamina wstępne do kl. I odbywać się mają w dwóch terminach, z których jeden przypada na początek wakacyj, a drugi na początek września, zaś egzamina wstępne do innych klas w pierwszém półroczu odbywać się mają w ostatnich dniach wakacyj, a w drugiém półroczu w ciągu dni wolnych po ukończeniu pierwszego półroczu.
7. Wys. c. k. Rada szkolna kraj. okólnikiem z d. 22 listopada 1889 L. 19641 wydaje przepisy o egzaminach dojrzałości.
8. Wys. c. k. Rada szkolna kraj. okolnikiem z dnia 7 grudnia 1889 L. 21202, zalicza książkę p. t. «Wypisy polskie dla klasy piątej c. k. szkół gimn. i realnych przez Franciszka Próchnickiego. We Lwowie 1889.» w poczet książek szkolnych.
9. Wys. c. k. Rada szkolna kraj. okólnikiem z d. 1 lutego 1890 L. 942, zalicza książkę p t. «Geometrya dla klas wyższych szkół średnich Dra Franc. Močnika, na język polski przełożona przez Dra Tomasza Slaneckiego, wyd. III Lwów 1889» w poczet książek szkolnych.

10. Wys. c. k. Rada szkolna kraj okólnikiem z d. 1 lutego 1890 L. 941, zalicza książkę p. t. «Lehr- und Übungsbuch der Geometrie i Geometrische Übungsaufgaben I, II» przez Franc. Hočevara. Praga 1888, w poczet książek szkolnych.
11. Wys. c. k. Rada szkolna kraj. okólnikiem z dnia 13 lutego 1890 L. 2071 zalicza książkę p. t. «L. German i K. Petelenz, Ćwiczenia niemieckie dla klasy I, szkół średnich. Wydanie II. we Lwowie 1890» w poczet książek szkolnych.
12. Wys. c. k. rada szkolna kraj. okólnikiem z dnia 18 marca 1890 L. 4649, zaprowadza od II półrocza b. r. szk. nową skalę na ocenianie postępu, obyczajów i pilności.
13. Wys. c. k. Rada szkolna kraj. okólnikiem z dnia 30 kwietnia 1890 L. 7289, zalicza książkę p. t. «Zoologia dla klas nizszych szkół śred., przez Dra M. Nowickiego. Wydanie IV. Kraków 1890» w poczet książek szkolnych.
14. Wysoka c. k. Rada szkolna kraj. okólnikiem z dnia 26 kwietnia 1890 L. 6595 do dawnych rozporządzeń tyczących się egzaminów wstępnych do klasy I, dodaje nowe. Stosownie do tych rozporządzeń, przy egzaminie wstępnym wymagania są następujące:

a) z religii: Wiadomości, których uczeń nabyć powinien w szkołach czteroklasowych.

b) z języka polskiego: Czytanie płynne i wyraziste, objaśnienie odczytanych ustępów pod względem treści i związku myśli; opowiadanie treści większymi ustępami; znajomość części mowy, odmiana imion i czasowników, znajomość zdania pojedynczego rozszerzonego i rozbiór jego części składowych pod względem składni zgody i rządu; poprawne napisanie dyktatu z zakresu pojęć znanych uczniom, z uwzględnieniem głównych zasad interpunkcyi.

c) z języka niemieckiego: Czytanie płynne i zrozumiałe, znajomość odmiany rodzajników, rzeczowników, przymiotników, zaimków (osobistych, dzierżawczych, wskazujących i względnych); odmiana słów posiłkowych i czasowników słabych we wszystkich formach strony czynnéj i biernéj; odmiana najzwyklejszych czasowników mocnych; zasób wyrazów z zakresu pojęć uczniom znanych; poprawne napisanie łatwego dyktatu, którego treść przed podyktowaniem podano uczniom w języku polskim.

d) z rachunków: Pisanie liczb do miliona włącznie; biegłość w czterech działaniach liczbami całkowitemi; pewność w tabliczce mnożenia, znajomość ważniejszych miar metrycznych.

W sali gdzie się odbywa egzamin, nie powinny się znajdować obce osoby.

15. Wys. c. k. Min. Wyzn. i Ośw. rozporządzeniem z dnia 6 maja 1890 L. 8836 wydaje przepisy, na mocy których biedni i godni uczniowie już w pierwszem półroczu klasy pierwszéj, mogą uzyskać uwolnienie od opłaty szkolnéj.

XII.
KLASYFIKACYA UCZNIÓW
za drugie półrocze 1889/90.

Stopień I. otrzymali:

(celujących uczniów oznaczono grubszym drukiem).

KLASA I. A.

Albiński Franciszek.
Bernaciński Henryk.
Bobkowski Henryk.
Dudek Józef.
Fischler Jakób.
Fischler Maks.
Folprecht Gustaw.
Grabowski Karol.
Huber Julian.
Jachimowicz Edward.
Krzyżanowski Jan.
Machauf Herman.
Manne Hirsch.
Mazurek Piotr.
Meiseles Izak.
Michalski Tomasz.
Mierzwiński Ludomir.
Okoński Tadeusz.
Popiel Antoni
Rogoziński Franciszek.
Romanowski Józef.
Prosznowski Konstanty.
Schwarzwald Gustaw.
Skępiec Julian.
Skora Stanisław.
Sollinger Karol.

Do egzaminu poprawczego po feryach przeznaczono 6, stopień drugi otrzymało 2, stopień trzeci 2.

KLASA I. B.

Bienieszek Feliks.
Brozyna Stanisław.
Dąbrowski Kazimierz.
Gąsiorowski Julian.
Janku Władysław.
Kearney Henryk.
Kukuk Natan.
Marszczewski Józef.
Pociecha Adam.
Sawicki Karol.
Skowron Leopold,
Spingarn Henryk.
Wasserstrom Roman v. Abraham.
Żebrawski Stanisław.
Świerczewski Hipolit.

Do egzaminu poprawczego po feryach przeznaczono 6, stopień drugi otrzymał 1, stopień trzeci 12.

KLASA II. A.

Albiński Antoni.
Dziewolski Romuald.
Epstein Jakób.
Fibich Władysław.
Goldfluss Natan.
Grabowski Julian.
Hausner Leopold.
Jarosz Kazimierz.
Kurzbauer Ludwik.
Lamensdorf Henryk.
Liban Jan.
Liebling Ferdynand.

Marek Mieczysław.
Plewkiewicz Arnold.
Ptaszyński Leon.
Salb Norbert.
Schramm Władysław.
Seweryński Aleksander.
Śliwiński Wojciech,
Włodarski Stanisław.
Wojtasiewicz Antoni.
Wojtowicz Roman.

Do egzaminu poprawczego po feryach przeznaczono 6, stopień drugi otrzymało 6, stopień trzeci 4.

KLASA II. B.

Bojarski Stanisław.
Chrząszcz Tadeusz.
Deiches Gustaw.
Drobniak Feliks.
Fischer Samuel.
Guziakiewicz Franciszek.
Hochstimm Abraham.
Höhne Wiktor.
Kahane Izak.
Kamiński Leon.
Kłoskowski Leszek.
Koch Ludwik.
Kottek Adam.
Kraiński Dyonizy.
Kubiczek Aleksander.
Lewik Stanisław.
Luftig Salomon.
Menschek Józef.
Nowakowski Stanisław.
Preiss Ignacy.
Rittmann Izak.
Ryszkowski Władysław.
Sądel Wojciech.
Stobiecki Jan.
Waga Władysław.
Wysocki Jacenty.
Zakrzewski Jerzy

Do egzaminu poprawczego po feryach przeznaczono 6, stopień drugi otrzymało 2, trzeci 4.

KLASA III. A.

Bandurski Roman.
Czech Paweł.
Dütz Bonifacy.
Jachimowicz Kazimierz.
Kochlöffel Rudolf
Krobicki Stanisław.
Kühnel Wacław.
Lauvernay Teodor.
Liban Ignacy.
Miklaszewski Franciszek.
Novák Jan
Pająk Tadeusz.
Parvi Wincenty.
Petka Stanisław.
Pollak Leopold.
Russer Edward.
Steurermark Jakób.
Taniewski Olgierd.
Tołłoczko Wiktor.
Ulrych Józef.

Do egzaminu poprawczego po feryach przeznaczono 9, stopień drugi otrzymało 2, trzeci 1.

KLASA III. B.

Bauer Józef.
Bernkopf Franciszek.
Dłuski Kazimierz.
Furdzik Edward.
Hora Józef.
Hurkiewicz Józef.
Hurkiewicz Rudolf.
Janowski Bronisław.
Kundzicz Stanisław.
Kwiatkowski Jan.
Pichel Wilhelm.
Romanowski Artur.
Seeling Ferdynand
Süsskind Mojżesz.
Tilles Salomon Fischel.
Turski Karol.
Wachtel Wincenty.
Wyporek Aleksander.
Zieliński Alojzy.

Do egzaminu poprawczego po feryach przeznaczono 6, stopień drugi otrzymało 1, trzeci 3.

KLASA IV.

Bieńkowski Teofil.
Blumenfeld Hugo.
Brandl Karol.
Dziwański Adam.
Giedaczyński Bronisław.
Groch Leon.
Grychowski Józef.
Klobassa Zrencki Karol.
Kostka Karol.
Kuczewski Otto.
Małyński Marek Emanuel.
Matakiewicz Maksymilian.
Mayer Włodzimierz.
Melnyk Mikołaj.
Merz Oskar.
Michalski Kazimierz.
Molek Józef
Ozga Stanisław
Plater Zyberg Stanisław.
Płachecki Stefan.
Pomorski Jan.
Ritter Leon.
Rykała Karol.
Scherbaum Władysław.
Stolfa Władysław.
Szymczykiewicz Ignacy.
Wyrobek Antoni.
Zagórny Marynowski Ludwik.

Do egzaminu poprawczego po feryach przeznaczono 8, stopień drugi otrzymało 8, stopień trzeci 5.

KLASA V.

Antonowicz Jan.
Batko Jan.
Benda Władysław.
Brudzewski Kazimierz.
Chrzanowski Jan.
Grzybowski Feliks.
Krywult Jan.
Latinek Stanisław.
Morawetz Władysław.
Steczkowski Stanisław.
Strobl Antoni.
Tarczałowicz Jan Adam.
Tarnawski Władysław.
Woyda Jan Kazimierz.
Zimmerspitz Szymon.
Żerawa Franciszek.

Do egzaminu poprawczego po feryach przeznaczono 8, stopień trzeci otrzymało 2.

KLASA VI.

Bett Jan.
Dulski Tadeusz
Gismann Ferdynand.
Jordan Kazimierz.
Kałuża Józef.
Kornhäuser Cezar.
Kurz Izak.
Lasko Stanisław.
Laurynów Jan.
Muller Józef.
Nitsch Leonard.
Pieguszewski Wincenty.
Prysak Władysław.
Rutkowski Władysław.
Szołayski Bogdan.
Traczyk Joachim.

Do egzaminu poprawczego po feryach przeznaczono 12, stopień drugi otrzymało 3.

KLASA VII.

Dobrzański Stanisław.
Drobniak Franciszek
Jaszczurowski Tadeusz.
Krzepowski Wacław.

Makowski Edmund
Małachowski Stanisław.
Mędrzycki Józef.
Mroczkowski Leon.
Olszewski Józef.
Pawliger Symche.
Schulz Antoni.
Streit Gustaw.
Wallach Selig.
Wierszyłowski Mieczysław.
Rheina Wolbeck Andrzej.
Żeleński Stanisław.

Do egzaminu poprawczego po feryach przeznaczono 1.

Wynik egzaminu dojrzałości na stronie 29 — 30.

XIII.

PRZEPISY SZKOLNE

dla

UCZNIÓW C. K. WYŻSZÉJ SZKOŁY REALNÉJ

W KRAKOWIE.

---

§. 1.

Uczeń powinien w szkole i poza szkołą zachowywać się przyzwoicie i przykładnie, oddawać się nauce szczérze i gorliwie, ściśle wykonywać rozkazy dyrektora i nauczycieli i okazywać im zawsze i wszędzie uszanowanie.

§. 2.

Każdy uczeń obowiązany jest uczęszczać do szkoły regularnie i w czasie oznaczonym; nie wolno mu opuścić ani jednéj godziny nauki obowiązkowéj bez słusznéj przyczyny; z tą samą ścisłością ma uczestniczyć w ćwiczeniach religijnych.

Uczniowie religii niekatolickiéj mają pilnie uczestniczyć w religijnych ćwiczeniach wyznania swego i udowodnić to świadectwem swych kaznodziei albo nauczycieli.

Nauki przedmiotów nadobowiązkowych raz rozpoczętéj nie wolno uczniowi porzucać bez wyraźnego życzenia opieki domowéj.

Jeżeli klasyfikacya wykaże, iż uczeń czyni złe postępy w przedmiotach obowiązkowych, zabroni mu się uczęszczania na te przedmioty.

§. 3.

Jeżeli uczeń dla przeszkody przewidzianéj nie może przyjść do szkoły, powinien, z wiedzą nadzoru domowego, prosić gospodarza klasy o uwolnienie od godzin szkolnych, a gdyby nieobecność jego dłużéj niż dzień jeden trwać miała, starać się nadto o pozwolenie dyrektora. Od udziału w nabożeństwie na czas dłuższy uwalnia tylko w wyjątkowych wypadkach ksiądz katecheta w porozumieniu z dyrektorem.

Wrazie przeszkody nieprzewidzianéj ma uczeń jak narychléj dać znać o niéj gospodarzowi klasy, a po powrocie do szkoły usprawiedliwić swą nieobecność wiarogodnem świadectwem.

Nieusprawiedliwione opuszczanie godzin szkolnych i spaźnianie się do szkoły pociąga za sobą karę, względnie złą notę z obyczajów. Jeżeli uczeń przez ośm dni po sobie następujących nie przychodzi do szkoły i o przyczynie nieobecności nie zawiadamia zakładu, wykreśla się go z listy uczniow.

§. 4.

Zakład otwiera na kwadrans przed rozpoczęciem nauki lub nabożeństwa wspólnego; wcześniéj zgromadzać się przed zakładem nie wolno. W zabudowaniu szkolném mają się uczniowie zachowywać spokojnie i przyzwoicie;

w klasie, gdy nauczyciel, dyrektor lub inna osoba wyższa stanowiskiem i godnością wchodzi lub wychodzi, powinni uczniowie powstać z miejsc swoich.

Po lekcyach mają rozchodzić się natychmiast do domu i nie stawać po drodze.

Chodzenie po mieście bez celu, zwłaszcza wieczorem, jest zakazane.

§. 5.

Każdy uczeń powinien przynosić do szkoły wszystkie książki i przybory potrzebne do nauki. Nie wolno mieć ze sobą innych rzeczy lub książek, a nawet książek szkolnych i przyborów, nie mających związku z wyznaczonemi na ten dzień lekcyami.

§. 6.

Uczniowie powinni jak najstaranniéj przestrzegać porządku i czystości w rzeczach swoich szkolnych.

Uszkadzanie lub plamienie tak domu szkolnego, jak i przedmiotów znajdujących się w nim, jest wzbronione. Uszkodzenie przypadkowe ma uczeń wynagrodzić, umyślne pociąga za sobą prócz tego naganę lub karę.

§. 7.

Uczniowi nie wolno zmieniać miejsca, wyznaczonego mu przez gospodarza klasy, chyba, gdyby który z nauczycieli przeznaczył mu na swoje lekcye inne miejsce.

§. 8.

Podczas lekcyi obowiązani są uczniowie ze skupioną uwagą brać udział w nauce i wystrzegać się wszystkiego, coby mogło jéj przeszkadzać. Wychodzić podczas nauki wolno tylko wyjątkowo i to po jednym, za zezwoleniem nauczyciela.

Wywoływanie uczniów z klasy podczas nauki przez innych uczniów jest zakazane.

W czasie pauzy nie wolno uczniom wydalać się z zakładu.

§. 9.

Przepisy te odnoszą się także w całości do przedmiotów nadobowiązkowych.

§. 10.

Książki wypożyczone z biblioteki szkolnéj zwracać należy w przepisanym czasie i nieuszkodzone. Uczeń, który opuszcza zakład w ciągu roku, powinien natychmiast zwrócić wypożyczone książki.

§. 11.

Wszelkie składki pieniężne bez osobnego pozwolenia dyrektora są zabronione.

§. 12.

Czas wolny od obowiązków mają uczniowie przepędzać bądź na jakiemkolwiek pożytecznem zajęciu, bądź na stósownych rozrywkach.

Zabrania się w każdem miejscu gier, połączonych ze stratą czasu i pieniędzy. Nie wolno uczęszczać do restauracyi, kawiarni, cukierni, piwiarni, kręgielni i tym podobnych innych lokali publicznych.

Do teatru lub na inne widowiska przyzwoite uczęszczać mogą uczniowie klas niższych tylko w towarzystwie rodziców lub osób starszych. Uczniom klas wyższych wstęp na nie nie jest wzbroniony, wszakże dyrektor może wzbronić uczęszczania na pewne przedstawienia.

Wzbronione jest uczęszczanie na publiczne bale i na publiczne zabawy z tańcami, tudzież na zabawy i zebrania urządzane w szkołach tańców poza godzinami lekcyi tańców, natomiast wolno uczniom uczęszczać na zabawy urządzane w domach prywatnych w towarzystwie rodziców lub osób starszych, o ile dyrektor nieuzna za potrzebne uczynić w tej mierze pewnych zastrzeżeń.

§. 13.

Rozprawom sądowym przysłuchiwać się nie wolno.

§. 14.

Uczniowie powinni wystrzegać się złego i niestosownego towarzystwa, a w wyborze książek do czytania radzić się nauczycieli, aby nie marnować drogiego czasu na czytanie książek złych i szkodliwych. Wypożyczanie książek z czytelni publicznych jest wzbronione.

§. 15.

Nie wolno palić tytoniu i cygar.
Noszenie lasek i jakichkolwiek odznak jest zakazane.

§. 16.

Między sobą powinni uczniowie żyć zgodnie i po koleżeńsku. Każdy powinien odwodzić kolegów od złego, a zachęcać do szlachetnego postępowania. Wzajemne obelgi wyszydzanie ułomności fizycznych, obraza religii lub narodowości współuczniów najsurowiej są zakazane.

§. 17.

Żadnemu uczniowi nie wolno mieszkać bez odpowiedniego nadzoru; brak odpowiedniej opieki pociąga za sobą wydalenie ucznia z zakładu. O każdej zmianie odpowiedzialnego nadzoru i o zmianie mieszkania powinien uczeń bezzwłocznie zawiadomić gospodarza klasy.

§. 18.

Uczniom nie wolno pomiędzy sobą zakładać stowarzyszeń, ani należeć do jakiegokolwiek stowarzyszenia.

§.

Nie wolno żadnemu uczniowi ogłaszać drukiem własnych prac literackich bez zezwolenia dyrektora.

§. 20.

Za przekroczenie przepisów powyższych wymierzać się będzie karę, która stosownie do przewinienia, stopniować się może: od upomnienia, aż do wydalenia ucznia z zakładu, a nawet do wykluczenia ze wszystkich szkół Monarchii.

PRZEPISY

w sprawie zapobieżenia szerzeniu się chorób zaraźliwych w szkołach.

§. 1.

Żadnemu uczniowi, dotkniętemu chorobą zaraźliwą, nie wolno uczęszczać do szkoły tak długo, dopóki nie wykaże świadectwem lekarskiem, że powrót jego do szkoły nie zaszkodzi innym uczniom.

Do chorób zaraźliwych należą przedewszystkiem:

1. Ospa, 2. dyfterya (błonica), 3. tyfus plamisty i powrotny, 4. tyfus jelitowy (brzuszny), 5. czerwonka (dysenterya), 6. szkarlatyna (płonica). 7. odra i różyczka, 8. róża i choroby przyranne, 9. wąglik, 10. zapalenie oczu, 11. koklusz, 12. świerzb, 13. zapalenie gruczołów przyusznych (parotistis).

§. 3.

Jèżeliby świadectwo lekarskie nie mogło być przedłożone, wolno uczniom, którzy byli dotknięci chorobą zaraźliwą przyjść do szkoły dopiero po zupełném wyzdrowieniu, a mianowicie przy ospie, szkarlatynie i dyfteryi po upływie czterech tygodni, licząc od dnia zachorowania.

§. 3.

Uczniom, którzy są wprawdzie zdrowi, jednakże zostają w bezpośredniéj styczności z osobą dotkniętą chorobą zaraźliwą, nie wolno wchodzić do szkoły tak długo, dopóki niebezpieczeństwo zakażenia nie będzie usunięte, co powinno być stwierdzone, o ile to tylko możliwe, świadectwem lekarskiem, lub dopóki nie upłynie przepisany w §. 2im termin, sześciu, względnie czterech tygodni, licząc od dnia zasłabnięcia owéj trzeciéj osoby.

§. 4.

Uczniom zabrania się najostrzej wchodzenia do pomieszkań, gdzie panują choroby zakaźne.

XIV.

OGŁOSZENIE.

Wpisy uczniów na rok szkolny 1890/1 odbywać się będą w dniach 29, 30. i 31. sierpnia. Poźniejsze zgłoszenia tylko w razie **ważnych** powodów i to tylko na mocy zezwolenia Wysokiej c. k. Rady szkolnej krajowej uwzględnione być mogą.

Uczniowie mają przyjść do zapisu w towarzystwie rodziców lub opiekunów.

Uczniowie **nowo wstępujący** mają się wykazać świadectwem szkolném tego zakładu, w którym dotychczas się uczyli i metryką chrztu. Taksa wstępna 2 złr. 10 ct. Datek 1 złr. na zbiory naukowe składają wszyscy nowo wstępujący i dawni uczniowie.

Egzamina wstępne do I. klasy odbywać się będą w dwóch terminach: 1. i 2. lipca, tudzież 1. i 2. września.

Wybór jednego z tych dwóch terminów pozostawia się rodzicom uczniów. Powtórzenie wstępnego egzaminu ani w tym, ani w innym zakładzie nie jest dozwolone, gdyż wynik pierwszego egzaminu rozstrzyga stanowczo o przyjęciu lub nieprzyjęciu. Powtórzenie takiego egzaminu w innym zakładzie będzie w w każdym razie nieważne. (Zwraca się uwagę na §. 14 rozporządzeń str. 34).

Egzamin wstępny do klas od II,—VII. tudzież egzamina poprawcze odbywać się będą w dniach 30. i 31 sierpnia.

Rok szkolny rozpocznie się dnia 3 września uroczystém nabożeństwem.

Opłata szkolna wynosi 20 złr. za jedno półrocze, w markach szkolnych, które są do nabycia w c. k. urzędzie podatkowym i powinna być złożoną w przeciągu piewszych sześciu tygodni.

Uczniowie, którzy po upływie sześciu tygodni opłaty szkolnéj nie uiszczą, tracą bezwarunkowo prawo uczęszczania do zakładu.

Wszyscy uczniowie obowiązani są zaraz z początkiem roku zaopatrzyć się w **przepisane książki i przybory szkolne**, a to pod groźbą natychmiastowego usunięcia z klasy.

Co do przedmiotów nadobowiązkowych, kto się na nie zapisze, nie może przerwać nauki, bez zezwolenia Dyrekcyi.

Częste porozumiewania się rodziców, opiekunów lub dozoru domowego ze szkołą jest rzeczą nader pożądaną i korzystną. Dyrektor i profesorowie udzielają wiadomości o postępie w naukach i zachowaniu się uczniów, dwa razy na miesiąc t. j. po w niedzielę 1. i po 15. od godziny $^1/_2$10—$^1/_2$11 przed południem w kancelaryi Dyrekcyi.

Dyrekcya c. k. Wyższéj Szkoły Realnéj.

W Krakowie dnia 26. czerwca 1890.

Dr. Hugo Zathey.
c. k. Dyrektor.